



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO CIÊNCIAS EXATAS E DA NATURA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JOSÉ ALEXANDRE DO NASCIMENTO

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS:  
UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN  
ACADEMY**

JOÃO PESSOA

2020

**JOSÉ ALEXANDRE DO NASCIMENTO**

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS:  
UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN  
ACADEMY**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
como exigência para o título de Licenciatura  
Plena em Matemática, pela Universidade  
Federal da Paraíba (UFPB), Campus de João  
Pessoa.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Varella  
Ferreira

**JOÃO PESSOA**

**2020**

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

N244t Nascimento, Jose Alexandre do.

Transformações geométricas: uma abordagem através do  
APP GeoGebra e do site Khan Academy / Jose Alexandre do  
Nascimento. - João Pessoa, 2020.

70 f. : il.

Orientação: Vinicius Varella Ferreira.  
Monografia (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Geometria. 2. Sala de Aula Invertida. 3. Tecnologia.  
4. APP GeoGebra e. 5. site Khan Academy. I. Ferreira,  
Vinicius Varella. II. Título.

UFPB/CCEN

JOSÉ ALEXANDRE DO NASCIMENTO

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS:  
UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN  
ACADEMY**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Aprovado em:     /     /

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Dr. Vinicius Varella Ferreira**  
**Universidade Federal da Paraíba**  
**(Orientador)**

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Rogéria Gaudencio do Rêgo**  
**Universidade Federal da Paraíba**  
**(Membro da Banca Examinadora)**

---

**Prof. Dr. Antônio Sales da Silva**  
**Universidade Federal da Paraíba**  
**(Membro da Banca Examinadora)**



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA**

**ATA Nº 4 / 2020 - CCEN-CGM (11.01.14.44)**

**Nº do Protocolo: 23074.023962/2020-86**

**João Pessoa-PB, 30 de Abril de 2020**

**AVALIAÇÃO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE  
CURSO DO CURSO DE MATEMÁTICA**

**Aluno(a): José Alexandre do Nascimento**

**Matrícula: 11509744**

**Data da Defesa: 15/04/2020**

**Modalidade: Licenciatura**

**Forma de Avaliação: Parecer Técnico da Banca**

**Título do Trabalho: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA  
ABORDAGEM ATRAVÉS DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN ACADEMY .**

**PROF VINICIUS VARELLA FERREIRA (Orientador)**

**Banca Examinadora: PROF. ANTÔNIO SALES DA SILVA**

**PROFA ROGÉRIA GAUDÊNCIO DO RÊGO**

**Nota do Trabalho 9,5**

*(Assinado digitalmente em 30/04/2020 12:35 )  
VINICIUS VARELLA FERREIRA  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
Matrícula: 2424301*

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sipac.ufpb.br/documentos/> informando seu número: **4**, ano: **2020**, documento(espécie): **ATA**, data de emissão: **30/04/2020** e o código de verificação: **ba9ab42030**

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao meu Senhor e salvador Jesus Cristo, o qual me proporcionou viver tal experiência e capacitou-me a concluir mais uma jornada. A Ele declaro toda a minha gratidão e amor. Pois, por Ele, e para Ele, são feitas todas as coisas. Obrigado meu Senhor!

À minha mãe que me apoiou bastante nessa caminhada que foi feita até aqui.

À minha esposa por estar comigo em todos os momentos, pelos conselhos, carinho, amor, companheirismo e pelo total apoio, não me deixando desanimar. Além disso, agradeço pela família que ela me trouxe, Dona Damiana e Sara Silvana pelas quais tenho um imenso carinho.

Aos meus amigos Silas e Luan, que me acompanharam por um bom tempo da minha vida, incluindo nessa fase, agradeço a Deus por esses amigos, que se não fosse por eles talvez eu não tivesse conhecido a UFPB.

Aos meus colegas e amigos da graduação, que transformaram momentos complicados em momentos mais divertidos, em especial a Gabriel, Alif, Rodrigo e Mário.

Aos meus queridos professores, que mostraram a importância do ensino e também me inspiraram em ser um profissional melhor e engajado, em especial agradeço a Rogéria, Sales, Bruno, Jeane, Cesar, Carmem e Vinícius. Esses professores são referência na minha construção profissional, pois mostraram que ser professor vai muito além de dar aula.

Ao meu orientador Vinicius por ter me aceitado como orientando, por ser essa pessoa maravilhosa, que além de me dar apoio na construção desse TCC, acrescentou muitas coisas positivas na minha carreira como professor.

Ao diretor, Doriedson, que confiou a mim exercer a profissão de professor de matemática e além disso me ensina coisas valiosas sobre o ensino da matemática e sobre as metodologias ativas.

Por último e mais importante, ao meu falecido pai, que foi a pessoa que me inspirou ser um professor de matemática, em suas palavras: “ser professor de matemática é uma coisa muita bonita”. Obrigado meu velho, um dia iremos nos encontrar novamente e poderei lhe dar um abraço cheio de amor e gratidão, pois hoje sei o valor das suas palavras e ensinamentos.

## RESUMO

A geometria é uma das áreas da matemática mais presentes em nosso dia a dia, daí a importância de estudá-la e ensiná-la nas escolas. Contudo, a presente pesquisa mostrou que seu ensino foi negligenciado por anos. Há indícios de que esta situação está sendo revertida positivamente, principalmente com o advento das tecnologias e suas ferramentas que colaboram bastante no processo de ensinar e aprender a geometria. Nesta direção, traçamos como objetivo geral desse trabalho o de analisar o desempenho dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental sobre transformações geométricas no plano cartesiano, a saber, rotação e reflexão, a partir do uso do APP GeoGebra e do site Khan Academy. Para fundamentar teoricamente esta pesquisa, discutimos sobre o ensino da geometria no Brasil, nos livros didáticos, a relação da proposta da BNCC com o curso de licenciatura em Matemática da UFPB, além da discussão sobre o uso das tecnologias no ensino da geometria, destacando o uso do APP GeoGebra e do site Khan Academy. Ressaltamos que a pesquisa se deu em uma escola particular de João Pessoa, onde a metodologia usada foi a da Sala de Aula Invertida. Foram investigadas duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. Com a presente pesquisa, concluímos que o uso das tecnologias, no caso específico desta pesquisa, do APP GeoGebra e do site Khan Academy, favoreceu o desempenho dos alunos e a mediação docente sobre transformações geométricas, além de provocar nos alunos o interesse pelo conteúdo e o desenvolvimento de sua autonomia.

**Palavras-chave:** Geometria; Sala de Aula Invertida; Tecnologia; APP GeoGebra e; site Khan Academy.

## ABSTRACT

Geometry is one of the most present areas of mathematics in our daily lives, hence the importance of studying and teaching it in schools. However, this research has shown that his teaching has been neglected for years. There are indications that this situation is being reversed positively, mainly with the advent of technologies and their tools that collaborate a lot in the process of teaching and learning geometry. In this direction, we set as a general objective of this work the one of analyzing the performance of the students of the 9th year of Elementary School on geometric transformations in the Cartesian plane, namely, rotation and reflection, using the GeoGebra APP and the Khan Academy website. To theoretically base this research, we discussed the teaching of geometry in Brazil, in the textbooks, the relationship of the BNCC proposal with the UFPB Mathematics degree course, in addition to the discussion on the use of technologies in the teaching of geometry, highlighting the use of the GeoGebra APP and the Khan Academy website. We emphasize that the research took place in a private school in João Pessoa, where the methodology used was that of the Inverted Classroom. Two classes of 9th grade of elementary school were investigated. With this research, we conclude that the use of technologies, in the specific case of this research, the APP GeoGebra and the Khan Academy website, favored student performance and teaching mediation about geometric transformations, in addition to provoking an interest in content and the development of their autonomy.

**Keywords:** Geometry; Flipped classroom; Technology; GeoGebra APP and; Khan Academy website.



## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1: Categorias e quantidades de textos.....	19
Quadro 2: Títulos, autores e Breve visão/objetivo .....	19
Quadro 3: Ementa das Disciplinas de MEB I e MEB da UFPB Campus I.....	27
Quadro 4: Modelo de Rotação e seus quatro submodelos .....	32
Quadro 5: Modelos que seguem a inovação híbrida disruptiva.....	33

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Rotação do retângulo ABCD em torno do ponto E. ....	25
Figura 2: Retângulo FGHI e o ponto C.....	42
Figura 3: Figura do retângulo $F1G1H1I1$ , que seria o local onde o retângulo FGHI após sofrer a transformação(rotação).....	43
Figura 4: O retângulo $F1G1H1I1$ representa o retângulo FGHI após sofrer a rotação..	44
Figura 5: Exemplo sobre localidade de figuras com centros de rotação distintos.....	45
Figura 6: Situação problema sobre reflexão.....	46
Figura 7: Reflexão do triângulo ABC em relação ao eixo das abcissas, onde o triângulo $A1B1C1$ é o triângulo ABC após sofrer a transformação.....	47
Figura 8: Resultado da transformação do triângulo ABC, onde o triângulo $A1B1C1$ é o resultado da transformação.....	48
Figura 9: Exercícios (praticar) sobre rotação .....	51
Figura 10: Exercício proposta em rotação de pontos.....	51
Figura 11: Exercício sobre rotação de pontos .....	52
Figura 12: Construção feita a partir do exercício do site do Khan Academy .....	54
Figura 13: Construção da aluna a partir do praticar proposto pelo site Khan Academy	55
Figura 14: Determinar rotações a partir do site Khan Academy .....	56
Figura 15: Construção do aluno, a partir do praticar de determinar rotações proposto pelo site Khan Academy .....	57
Figura 16: Praticar sobre rotação de formas.....	59
Figura 17: Resposta do grupo ao praticar proposto pelo site Khan Academy .....	60
Figura 18: Exercício sobre reflexão de pontos no site Khan Academy .....	61
Figura 19: Resposta do aluno a partir da atividade proposta pelo site Khan Academy..	62
Figura 20: Exercício de determinar reflexão a partir do site Khan Academy .....	63
Figura 21: Resposta do grupo mostrada no site Khan Academy.....	64
Figura 22: Exercício sobre reflexão de formas no site Khan Academy.....	65
Figura 23: Resposta dos alunos no site Khan Academy .....	66

## SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO.....	10
2. O ENSINO DE GEOMETRIA.....	12
2.1. Ensino de Geometria no Brasil.....	12
2.2. Geometria nos livros didáticos.....	16
3. O ENSINO DE GEOMETRIA: A BNCC E O CURRÍCULO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFPB .....	18
4. TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDIC) E O ENSINO HÍBRIDO .....	29
4.1. O Ensino Híbrido.....	31
4.2. Sala de Aula Invertida (SAI).....	34
5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	38
5.1. Lócus da Pesquisa.....	38
5.2. Sujeitos da Pesquisa .....	38
5.3. Ferramentas utilizadas .....	39
5.4. Coleta de dados.....	39
6. O DESEMPENHO DOS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS A PARTIR DO USO DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN ACADEMY .....	41
6.1. Dificuldades dos alunos com a rotação e reflexão no plano cartesiano .....	41
6.2. APP GEOGEBRA como facilitador na resolução de problemas envolvendo reflexão e rotação. ....	48
6.3. O uso do site Khan Academy nas resoluções de problemas sobre transformações geométricas: a rotação e a reflexão no plano cartesiano. ....	49
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	67
REFERÊNCIAS .....	70

## I. INTRODUÇÃO

Ensinar geometria nem sempre foi tarefa fácil, visto que se tratava de um ensino descontextualizado onde o aluno não conseguia perceber que ao seu redor, no seu cotidiano, estava repleto de ideias geométricas. Os cursos de licenciatura em Matemática pareciam colocar a área da geometria em segundo plano, dando ênfase as áreas de álgebra e aritmética. Na mesma direção, era a organização dos livros didáticos que traziam a geometria, via de regra, como última unidade a ser estudada, tal que, muitas vezes, o tempo pedagógico era insuficiente para tal estudo, principalmente na década de 1990.

E, hoje, como está o ensino da geometria nas escolas? O interesse dos alunos aumentou por esta área da Matemática? Os livros didáticos evoluíram a tal ponto de reconhecer o real valor da geometria para o aprendizado dos alunos? Essas são algumas indagações que tentaremos responder ao longo desta pesquisa.

Todavia, vale destacar inicialmente que a questão que instigou esta pesquisa foi: Por que os alunos dos anos finais do ensino fundamental apresentam tanta dificuldade em transformações geométricas no plano?

Visto que a geometria não deve ser reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas (BNCC 2017, p. 270). O estudo das transformações geométricas é indispensável para a construção do pensamento geométrico, com o auxílio do APP GeoGebra essa construção fica ainda mais proveitosa, uma vez que, o APP é um espaço dinâmico, eu particularmente costumo chamar o APP de “laboratório da geométrica”, onde os discentes além de construírem qualquer figura plana, ainda podem analisar e verificar/testar propriedades geométricas. Trabalhar transformações geométricas nesse APP possibilita aos discentes observarem cada aspecto da rotação e reflexão, possibilitando ainda observar, analisar e reconhecer o que é necessário e suficiente para obter figuras congruentes e/ou semelhantes, proporcionando assim, a construção de argumentos geométricos convincentes e ao mesmo tempo contribui para a formação de um importante raciocínio para a matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo.

Desta feita, traçamos como objetivo geral para esta pesquisa: analisar o aprendizado dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental sobre o ensino das transformações geométricas no plano cartesiano, a saber, rotação e reflexão, a partir do uso do APP GeoGebra e do site Khan Academy. Para tanto, lançamos mão dos objetivos específicos de: i) levantar as dificuldades dos alunos do 9º ano sobre rotação e reflexão

no plano cartesiano; ii) identificar as potências do uso do APP GeoGebra para a resolver problemas sobre rotação e reflexão e; iii) analisar as contribuições do site Khan Academy na resolução de problemas sobre rotação e reflexão.

Destacamos que a metodologia usada foi da Sala de Aula Invertida, onde os alunos através do *GOOGLE CLASSROOM*<sup>1</sup> recebem vídeos, arquivos e informações sobre os assuntos que serão abordados nas aulas seguintes, ou seja, os alunos estudam e pesquisam em casa e em sala de aula são estimulados aos debates, resolver situações problemas sobre os assuntos estudados previamente. Caso alguma informação/conteúdo não tenha ficado claro, estes serão esclarecidos por meio dos debates mediados pelo docente.

A presente pesquisa está estruturada da seguinte maneira: capítulos teóricos discutindo o ensino da Matemática no Brasil, como a geometria era organizada nos livros didáticos, a BNCC e o curso de licenciatura em Matemática da UFPB quanto a área de geometria, além de um capítulo sobre tecnologias, de modo específico sobre o APP Geogebra e o site Khan Academy no ensino de transformações geométricas. Os resultados foram organizados levando em consideração os objetivos traçados, com o intuito de respondermos as questões propostas por eles.

---

<sup>1</sup> *Google Classroom* é um sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procuram simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. Ele é um recurso do Google Apps para a área de educação.

## **2. O ENSINO DE GEOMETRIA**

As figuras geométricas estão presentes desde os primórdios da nossa sociedade, quando estudamos sobre a mesopotâmia, por exemplo, vimos que o faraó criou um grupo de homens para fazer marcações de terras, para assim dividi-las de maneira proporcional ao número de pessoas de uma determinada família, esse grupo ficou conhecido como “esticadores de corda. Os “esticadores de corda” estão predominantemente associados aos egípcios, na maior parte dos livros de história da matemática. Como o sugere o nome, eles usavam cordas para demarcar os terrenos que ficavam perto do Rio Nilo, porém toda vez que o Rio Nilo inundava os terrenos, as marcações eram apagadas. Sendo assim, se fazia necessário marcar as terras novamente.

Os “esticadores de corda” usavam triângulos e retângulos como forma de organizar seus registros. O curioso é que o famoso teorema de Pitágoras, já era conhecido pelos egípcios, na verdade alguns estudiosos apontam que Pitágoras conheceu a técnica dos triângulos retângulos no Egito. Não há informações precisas de como os egípcios chegaram à conclusão de usar retângulos e triângulos e, além disso, usar as medidas pitagóricas para os casos de triângulos retângulos, mas é possível notar que estas figuras geométricas eram usadas, pelo menos nesses casos, como uma ferramenta de trabalho (Boyer 1974).

Pode-se observar que a geometria foi usada como uma ferramenta para auxiliar algumas atividades, hoje a geometria está muito presente no nosso dia a dia, para todo lugar que olharmos podemos observar figuras geométricas, tanto em objetos criados pelo homem, como em elementos da natureza, corpo celeste, como por exemplo, a visão da lua cheia ou o sol, que lembra um círculo, sendo assim, seria de extrema importância estudar com mais aprofundamento a geometria, uma vez que a mesma está presente no nosso dia a dia de diversas formas. Mas será que essa ideia de estudar a geometria, sempre esteve presente aqui no Brasil?

### **2.1. Ensino de Geometria no Brasil**

De acordo com as ideias de Pavanello (1993) destacamos que o ensino da geometria no século XX estava em crise, pois estava sendo abandonada, essa crise não era apenas brasileira, mais sim, mundial, uma vez que uma boa parte dos pesquisadores e professores da área do ensino da matemática defendiam que o ensino de geometria

deveria ceder espaço para outras áreas da matemática, como a aritmética e a álgebra. No caso do Brasil, este abandono estava ligado a vários aspectos, um deles era falta de domínio para com os conhecimentos geométricos por parte dos docentes, gerando assim uma falta de confiança para lecionar o assunto em questão.

Lorenzato (1995) aponta pelo menos dois pontos que geravam essa omissão: os professores não terem conhecimentos necessários para as práticas pedagógicas e o segundo ponto é a exagerada importância dada aos livros didáticos, pois a maioria dos professores seguiam o livro didático e não a proposta curricular. Muitos livros traziam a geometria no final do livro, muitas vezes como apêndice. E por falta de tempo letivo, um dos vários motivos apontados por professores, esses assuntos de geometria não eram trabalhados.

Observamos em Pavanello (1993), que a publicação da Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional de 1971 - Lei 5.692/71 constata que esse cenário de abandono/omissão ficou mais notório nas escolas públicas tal lei dava liberdade às escolas de reorganização da programação de diferentes disciplinas, dando espaço para que os professores que não tinham segurança para trabalhar com a geometria não ensinassem a mesma.

Diante de toda essa “falta de compromisso” para com a geometria visto que isso não era apenas um problema nacional, como também mundial, observamos que alguns matemáticos tanto das áreas das pesquisas, como na educação, começaram a argumentar que o ensino da geometria deveria dar espaço a outros ramos da matemática que estavam em mais evidência no campo da pesquisa matemática (PAVANELLO, 1993).

Mas como tudo isso começou? Será que seria resolvido melhorando os livros didáticos? Ou com cursos de formação inicial e continuada de professores? Lorenzato (1995, p.4) aponta o seguinte:

Soluções esporádicas ou pontuais não serão suficientes para resolver a questão da omissão geométrica. É preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar.

Sendo assim, não seria suficiente olharmos para apenas um ponto, apenas para uma das causas para essa omissão, mas sim olhar para todo o processo e assim, reverter a situação da época.

No final do século XX a matemática estava passando por um dos seus, se não o maior, movimentos, o Movimento da Matemática Moderna, que tinha como um dos

objetivos de minimizar os apelos práticos e ampliar a linguagem formal )baseada em elementos da teoria dos conjuntos), esse movimento teve início nos estados únicos e em alguns países da Europa. Esse movimento chegou com mais força ao Brasil na década de 1960 e estendeu-se até os anos de 1970.

Mas, será que o Movimento da Matemática Moderna influenciou o ensino da geometria?

O Movimento da Matemática Moderna que surgiu no ano de 1960 e foi até 1970 teve sua parcela de culpa no processo de abandono do ensino da geometria, uma vez que sua proposta era algebrizar a geometria, porém essa ideia não foi bem aceita aqui no Brasil (LORENZATO, 1995). Esse movimento criou mais uma lacuna no ensino da geometria, pois eliminou o modelo de como a geometria era ensinada, a saber, era lógico-dedutivo sem a algebrizar as demonstrações, tal que os alunos destetavam esse ensino, pois não possuíam material que pudessem ser manipulados por eles para facilitar o entendimento dos conteúdos.

Essa parcela de culpa identificada e apontada por Lorenzato (1995), está ligada ao lançamento dos livros didáticos da época que seguiam os princípios do Movimento, que era apresentar uma geometria através das estruturas algébricas e da teoria dos conjuntos. Desta feita, deixaremos para explorar com detalhes as questões sobre os livros didáticos de matemática mais adiante.

No entanto, seria injusto afirmar que o Movimento da Matemática Moderna foi o culpado pelo abandono do ensino da geometria, uma vez que esse abandono já existia antes do movimento acontecer. Rezende (2017) reforça a ideia de que tal movimento apenas acentuou o abandono que já se tinha sobre o ensino da geometria, desde os anos de 1960 aqui no Brasil. Todavia, torna-se necessário entender como essa negligência/abandono começou.

De acordo com Pavanello (1993), esse abandono ao ensino da geometria não aconteceu do nada, não foi algo que surgiu dentro da sala de aula. Para entender esse tal abandono, a autora sugere que devemos analisar o desenvolvimento sociopolítico-econômico da sociedade brasileira. Nesse sentido, a autora diz que no início do século XX além do Brasil ser um país agrícola, sua economia dependia da comercialização e de exportação para países mais desenvolvidos.

Nesta época, a população era formada em sua enorme maioria de analfabetos, isto é, sem acesso algum a educação formal, a minoria que tinha acesso à educação. E apenas os filhos de pessoas “importantes” chegavam até o ensino superior, porém o objetivo era



cursar cursos que facilitavam o acesso a cargos burocráticos e políticos do governo, sendo assim, não havia um interesse pelos estudos científicos.

Assim, o ensino da matemática na escola primária buscava apenas o domínio de técnicas operacionais que a servissem tanto para a vida prática como para as atividades comerciais. Já o ensino secundário, era destinado em geral às elites, pois além de ser pago, era um preparatório para o ensino superior.

Os conteúdos matemáticos como geometria, álgebra, aritmética e outras, eram vistas separadamente, sem uma ligação lógica entre os assuntos e sem a preocupação de exemplos práticos do dia a dia, tornando assim, o ensino puramente abstrato. Todavia, o que agravava ainda mais esse cenário, eram os professores não serem docentes com formação para lecionar a disciplina de matemática, sendo assim, os professores eram em muitos casos, engenheiros civis ou militares.

Ainda de acordo com Pavanello (1993), esse lamentável cenário para o ensino da matemática e em particular o ensino da geometria sofreu algumas alterações com a passagem das duas guerras mundiais. O nacionalismo vindo com a primeira guerra mundial, ocasionando assim os debates sobre educação, com o intuito de acabar com o analfabetismo, que era visto como uns dos problemas nacionais, ocorrendo assim a extensão do ensino elementar, porém essa extensão encontrou muitas dificuldades, uma delas era a qualidade do ensino que era oferecido.

Com as consequências da crise de 1929 e com as mudanças da revolução de 1930, o Governo Federal provisório na época tomou decisões relativas à educação como: a criação do ministério da educação e a “*reestruturação do ensino superior, adotando-se para ele o regime universitário, e a reorganização do ensino comercial (médio e superior) e do secundário, buscando transformar este último em um curso predominantemente formativo*” (PAVANELLO, 1993 p. 9).

Porém, toda essa reestruturação juntamente com as demais que vieram com o decorrer dos anos, como por exemplo, a Reforma Universitária, não foram suficientes para suprir as necessidades para o ensino e aprendizagem da Matemática e em particular da Geometria. Ainda segundo Pavanello (1993, p.16): “O abandono do ensino de geometria deve, portanto, ser caracterizado como uma decisão equivalente às medidas governamentais, em seus vários níveis, com relação à educação”. Sendo assim, os professores são vítimas de uma má formação acadêmica para lecionar a disciplina, como expõe Rezende (2017, p.41-42):

[...] os professores de matemática tinham problemas na sua formação, mas o professor formador dos mesmos também poderia não ter uma formação adequada, pois era vítima de medidas governamentais e influenciados por movimentos ocorridos na época. Esses aspectos referentes à formação ainda existem atualmente em que as disciplinas de conteúdo específico e as pedagógicas são desconexas e descoladas da realidade das escolas, ambiente em que os professores irão atuar.

Desta forma, conseguimos perceber que desde tempos remotos, o ensino da geometria apresenta lacunas, tanto para os alunos da educação básica quanto nos cursos de formação do docente de Matemática. Sendo assim, cabe uma indagação: como estão hoje os currículos de Matemática quanto ao ensino da Geometria, tanto na educação básico quanto na formação do docente de Matemática? Mais adiante retornaremos a esta questão. Na sequência, vale a reflexão sobre como os livros didáticos de Matemática apresentavam os conteúdos de Geometria.

## **2.2. Geometria nos livros didáticos**

Diferente dos dias de hoje, na época da qual Pavanello (1993), Lorezanto (1995) e outros autores falaram sobre o abandono da geometria no Brasil, os alunos, professores e em geral a grande maioria da sociedade brasileira não tinha acesso à informação como temos hoje, mais especificamente, eles não tinham acesso à internet, pensando nisso, não se pode deixar de falar do livro didático, uma vez que esse era, muitas vezes, a única ferramenta didática que o professor tinha a disposição, e uns dos poucos meios que os alunos tinham acesso aos assuntos abordados em sala de aula.

Além de todas as dificuldades que os docentes enfrentavam em sua formação para lecionarem os assuntos da geometria, alguns livros didáticos não abordavam a geometria. Os que abordavam, organizavam os assuntos do livro de tal maneira, que a geometria ficava no final do livro, possibilitando que alguns professores não a ensinassem, usando a desculpa de falta de tempo na conclusão do ano letivo, podendo fazer isso até de maneira inconsciente.

Assim, constatamos que a situação nesta época não era das mais favoráveis ao ensino da geometria, principalmente em relação aos livros didáticos. Desta feita, fica-nos a indagação: os livros didáticos que abordavam os assuntos direcionados a geometria proporcionava segurança aos docentes e aos discentes para estudarem/ensinarem geometria?

Tomamos as considerações de Lorenzato (1995, p.4) para nos apoiar nesta questão, vejamos:

Infelizmente em muitos deles (livros didáticos) a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo.

Vale salientar que o livro didático não pode, e não deve ser o único recurso e instrumento didático usado pelos docentes, porém, quando olhamos para a época em questão, ficamos indagando quais seriam outros recursos que poderiam ser usados pelo professor na tentativa de ensinar geometria. Nesse sentido, nós perguntamos quais materiais os alunos tinham acesso para o estudo da geometria, além dos livros didáticos dispostos pelas escolas e bibliotecas, uma vez que o acesso à informação não era como os dias atuais?

Nesse caso, cabe aos cursos de formação docente, apresentar ferramentas didáticas pedagógicas para os futuros professores terem meios de enfrentar dificuldades. Mas parece que a história era diferente, a geometria não era abordada na maioria dos cursos de formação, mas quando era abordada ela possuía uma fragilíssima posição (LORENZATO, 1995).

Recordando a discussão sobre o Movimento da Matemática Moderna, ainda temos sobre os livros didáticos publicados sobre a influência afirma Pavanello afirma que:

[...] Neles, como nos demais que serão publicados a partir daí, está presente a preocupação com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos. Quanto à geometria, opta-se, num primeiro momento, por acentuar nesses livros as noções de figura geométrica e de interseção de figuras como conjuntos de ponto no plano, adotando-se, para sua representação, a linguagem da teoria de conjuntos. Procura-se trabalhá-la segundo uma abordagem 'intuitiva' que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização dos teoremas como postulados, mediante os quais pode-se resolver alguns problemas. (PAVANELLO, 1993, P.13)

Assim como mencionado antes não podemos culpar apenas um lado da moeda pelo abandono da matemática, é perceptível que o abandono da geometria foi algo que se instaurou na raiz do ensino brasileiro, não apenas na formação dos docentes, mas também

nos materiais didáticos. Diante de todo esse contexto histórico como está o ensino da geometria atualmente no Brasil? Que contextos sociais são levados em consideração para a construção do currículo de geometria? Como está sendo a preparação dos docentes para ensinar geometria na educação básica? Evoluímos ou não no que tange o ensino da geometria?

### **3. O ENSINO DE GEOMETRIA: A BNCC E O CURRÍCULO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFPB**

Como vimos no capítulo anterior, o Brasil passou por uma fase delicada em relação ao ensino de geometria. Ainda nos dias atuais conseguimos ver alguns resquícios dessa época, todavia é notório que a geometria vem ganhando visibilidade no decorrer dos anos.

Como apontou Lorenzato (1995) para mudarmos o cenário de abandono da geometria não é suficiente olhar para partes do problema, isto é, seria necessário olhar para todas as camadas envolvidas nesse processo.

No entanto, é de extrema importância que os pesquisadores da área da educação matemática e os professores trabalhem para melhorar cada vez mais o ensino de geometria. Desde os anos 90 já havia uma busca por melhoras no ensino da mesma, Lorenzato(1995, p.10) apresenta algumas tendências para o ensino fundamental 2, das quais destacamos dois pontos que julgamos importantes para esse trabalho:

- 5.4.2 explorar as transformações de figuras geométricas através de rotação, translação, simetria e deformação, ressaltando a semelhança e a congruência;
- 5.4.5 favorecer a emissão e a verificação de hipótese;

É notório que o papel do professor nessas tendências assume uma postura diferente, o professor não é mais aquele que transmite o conhecimento, mas aquele que auxilia os discentes em suas descobertas para com a geometria. Sendo assim, o papel dos discentes também sofrem alterações, pois agora eles têm uma função mais ativa nesse processo de aprendizagem.

Os alunos tornam-se protagonistas de sua própria aprendizagem, enquanto que o professor passa a ser o mediador entre o aluno o conhecimento a ser construído por este. Outro detalhe importante é a valorização e ampliação pelo processo de aprendizagem por meio de experimentos e resolução de situações problemas, em sua maioria de forma

contextualizada, ou seja, levando em consideração o cotidiano do aluno, para assim construírem seus conhecimentos.

Um ambiente dinâmico, organizado e com materiais disponíveis para o seu manuseio é de extrema importância. Deixaremos para falar nesse assunto, o papel do professor e dos discentes em sala de aula e um ambiente dinâmico em outro momento. Por hora vamos voltar os nossos olhos para as pesquisas feitas sobre o ensino da geometria.

A fim de saber o que está sendo produzido e ou pesquisado no intervalo dos anos 2000 a 2014 em relação a área de geometria, destacamos o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - (GREPEM) – da Universidade Federal de Juiz de Fora que realizou uma pesquisa documental sobre o ensino e aprendizagem da geometria a partir dos artigos publicados no Bolema, Gepem e Zetetiké dos anos 2000 a 2014. O grupo encontrou 18 textos falando sobre o ensino e aprendizagem da geometria.

A partir da análise feita nesses textos, o grupo os dividiu em cinco categorias, as quais estão dispostas no quadro I, assim como a quantidade de textos de cada categoria.

Quadro 1: Categorias e quantidades de textos

<b>Categorias:</b>	<b>Quantidade de textos</b>
Resolução de problemas em geometria	2
Análise da geometria em livros didáticos	2
Dificuldades em conteúdos geométricos	2
Conteúdos de geometria euclidiana	6
Conteúdos de geometria não-euclidiana	6

Fonte: GREPEM 2015, p. 5 - 10

Além de apresentar essas informações e mostrar o que está sendo pesquisado e discutido em relação ao ensino aprendizagem de geometria, a pesquisa apresentada possibilita aos leitores terem uma visão sucinta de cada texto e o grupo ainda traz uma inferência sobre a discussão dos textos levando em consideração os pontos destacados dos autores e suas conclusões. Para um melhor entendimento olhemos para o quadro II, onde os textos são separados por títulos e logo após é mostrada uma breve visão/objetivo do texto:

Quadro 2: Títulos, autores e Breve visão/objetivo

<b>Títulos</b>	<b>Autores</b>	<b>Breve Visão do trabalho/Objetivos</b>
<i>O uso de espelhos e caleidoscópios em</i>	Murari e Perez.	Evidencia a importância da resolução de problemas nas atividades descritas por eles

<i>atividades educacionais de Geometria para 7ª e 8ª séries</i>	(2002)	sobre simetria, polígonos regulares e pavimentação de planos por meio do uso de caleidoscópios.
<i>Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula</i>	Vieira, Paulo e Allevato. (2013)	Teve como foco de investigação o ensino de simetria no Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas.
<i>Pintar, Dobrar, Recortar e Desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental</i>	Santos e Teles. (2012)	Analisar atividades que articulam simetria e artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, analisaram 17 livros didáticos de matemática aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2010.
<i>Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental</i>	Martins e Mandarinho. (2014)	Conhecer a capacidade do texto didático de levar o aluno a reconhecer o papel e a importância da demonstração em matemática nos conteúdos relativos à ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal, soma dos ângulos internos do triângulo e a relação entre as medidas de um ângulo externo e os internos não adjacentes de um triângulo. Para isso, identificaram os livros mais pedidos pelos professores de escolas públicas do Rio de Janeiro para os anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD/2011, selecionando assim 10 livros didáticos.
<i>Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono</i>	Proença e Pirola. (2009)	Buscou investigar os conhecimentos de alunos do Ensino Médio sobre os atributos definidores do conceito de polígono. Assim, participaram 253 alunos de uma escola pública de uma cidade do interior de São Paulo a partir de dois testes estatísticos sobre os atributos definidores e foram escolhidos seis para serem entrevistados.
<i>A produção de significados de estudantes do Ensino Fundamental para tarefas geométricas</i>	Henriques. (2013)	Teve como objetivo identificar dificuldades dos estudantes sobre o tema área e perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, foram elaboradas e desenvolvidas tarefas sobre esses conceitos que, posteriormente, foram analisadas a partir da teoria dos Modelos dos Campos Semânticos.

<i>Álgebra, Geometria e Aritmética de Mãos Dadas no Ensino Fundamental</i>	Gomes. (2003)	Discutiu sobre a exploração de Situações que podem levar a criação e a manipulação de equações e de expressões algébricas no Ensino Fundamental.
<i>As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação</i>	Silva. (2004)	Buscou examinar os processos de pensamento desenvolvidos por sujeitos adultos diante de situações que envolvem problemas da geometria plana. Para isso, desenvolveu uma pesquisa qualitativa de cunho exploratório e descritivo em que participaram 29 pessoas de idade entre 15 e 61 anos.
<i>A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores</i>	Vasconcellos. (2008)	Teve por objetivo identificar e analisar o conhecimento de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental sobre a diferenciação entre figuras geométricas não-planas e planas e também verificar esse conhecimento do ponto de vista dos professores.
<i>Construindo o conceito de alturas de triângulo com o Cabri-Géomètre II: verticalidade ou perpendicularidade?</i>	Leivas e Scherer. (2010)	Teve como objetivo oportunizar aos participantes a construção do conceito de altura de triângulos com o auxílio do software Cabri-Géomètre. Participaram sete alunos que cursaram a disciplina Recursos Tecnológicos e Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. A coleta de dados ocorreu por meio da observação dos participantes, análise dos registros de atividades realizadas pelos alunos e debate sobre estas atividades.
<i>Os registros de representação semiótica no estudo da circunferência com enfoque na geometria analítica</i>	Dallemole, Groenwald e Ruiz. (2011)	Teve como objetivo principal “investigar as dificuldades de dez alunos de licenciatura em matemática da Universidade Luterana do Brasil na conversão dos Registros de Representação Semiótica nos conteúdos de circunferência” (p. 95).
<i>Transformações geométricas em ponto cruz em oficina no laboratório de matemática com alunas do programa mulheres mil</i>	Oliveira e Silva. (2014)	Buscou discutir as transformações geométricas por meio dos bordados em ponto cruz. A experiência foi realizada durante o mês de fevereiro de 2013 em duas turmas do Programa Mulheres Mil no Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vitória.
<i>Envolvendo geometrias não-</i>	Martos. (2002)	Teve o objetivo discutir o ensino de geometria em que são abordados conceitos da geometria euclidiana juntamente com a

<i>euclidianas no Ensino Fundamental</i>		geometria esférica em uma atividade interdisciplinar. A coleta de dados foi realizada por meio de fichas de trabalho contendo quatro atividades e observação das conversas em grupos menores e com toda a turma feita com os alunos durante a realização das atividades.
<i>Atividades introdutórias às geometrias não - euclidianas: o exemplo da geometria do táxi</i>	Kaleff e Nascimento. (2004)	Apresentaram a geometria do táxi, com a intenção de integrar a matemática ao cotidiano do aluno, pois faz parte do espaço das ruas. Desta forma, o aluno pode ser levado a perceber que existem outras geometrias além da euclidiana, possibilitando o despertar de sua curiosidade para outros conceitos matemáticos.
<i>Fractais em sala de aula: uma experiência com papel e tesoura, computador e espelho</i>	Pereira e Zulatto. (2010)	Trata-se de um relato de uma experiência realizada em uma turma de 32 alunos do 1º ano do Ensino Médio, cujo objetivo era trabalhar fractais e simetrias na construção do triângulo de Sierpinski.
<i>A cross-age study of Student 's understanding of fractals</i>	Karakus (2013)	Analizou currículos turcos de ensino de matemática, onde constavam as propostas de ensino de fractais. Para tanto, foi realizada uma pesquisa quantitativa que coletou dados por meio de questionários aplicados aos participantes e buscou estabelecer uma ligação entre a idade dos alunos com o nível de compreensão sobre fractais, nos aspectos de conceitos, construção e reconhecimento do tema.
<i>Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética</i>	DEBASTIANI NETO; NOGUEIRA; FRANCO. (2013)	É formulado uma hipótese inicial de que crianças de certa faixa etária identificam, compreendem e mobilizam ideias básicas para a construção de conceitos geométricos euclidianos ou não.
<i>Contribuições da Teoria Sociocultural para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental</i>	Martos. (2014)	Tem o objetivo investigar como o ensino de Geometria Esférica poderia ser introduzido numa sala de aula de matemática e pretende mobilizar os professores para a adoção de metodologias inovadoras para o ensino de matemática. A coleta de dados ocorreu por meio dos registros dos alunos participantes, das gravações de algumas aulas e também das filmagens.



Observando o quadro II podemos perceber que além de fornecer informações sobre o que foi pesquisado e apresentado sobre o ensino de geometria no intervalo entre os anos 2000 e 2014, a pesquisa fornece um suporte didático para que professores possam se inspirar nesses textos para abordarem os conteúdos de geometria de maneira que torne a aprendizagem mais significativa. Além disso, é possível perceber uma preocupação dos pesquisadores em abordar a geometria de diferentes maneiras, desde geometria euclidiana a geometrias não-euclidianas, como por exemplo a geometria do taxi, e a fractal que geralmente não estão presentes nos currículos escolares da Educação Básica.

O grupo GREPAM, ainda destaca que a partir de 2010 houve um maior interesse pela temática “ensino e aprendizagem de geometria”, pois 11 dos 18 textos analisados foram publicados a partir de 2010, onde seis são de geometrias não-euclidianas, mostrando assim, o crescimento do interesse por essas geometrias que não são difundida nos anos finais do ensino fundamental, mas aos poucos está ganhando seu espaço.

Vale ressaltar, por meio destas informações, que a pesquisa para o melhoramento do ensino de geometria ainda continua, o processo para vencer as sequelas deixadas pelo abandono da geometria ao longo da história não parou. Esforços estão sendo levantados para que possamos de alguma forma, recuperar/resgatar o lugar da geometria como área de suma importância na Matemática.

Dessa forma, embora ainda existem lacunas e problemáticas que precisam ser discutidas e investigadas, consideramos um avanço, visto que até a década de 1990, os pesquisadores da área relatavam questões de abandono do ensino de geometria. (GREPEM 2015, p. 11)

Recentemente o Brasil aprovou uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual determina quais são os conteúdos mínimos que devem ser trabalhados nas escolas brasileiras, do ensino infantil ao ensino fundamental e médio. Como será que a geometria está representada neste documento? Será fadada ao esquecimento mais uma vez, reduzida a uma geometria que prima meramente pela aplicação de fórmulas descontextualizadas e sem significado para o aluno? Ou será que o movimento de dar destaque a geometria e propor seu ensino de forma reflexiva e contextualizada são destaques na BNCC?

Se a BNCC tomar a primeira como destaque, estaria desconsiderando todo o avanço e pesquisas relacionadas a geometria. Na verdade, o documento levou em consideração outros como os PCN que vinham discutindo o que deveria ser ensinado nas escolas brasileiras. Sendo assim, observamos que o destaque está em à geometria ser

trabalhada em todos os anos da educação básica, desde a educação infantil, de maneira que o aluno desenvolva o pensamento geométrico, sendo capaz de aplicar os amplos conceitos e procedimentos necessários para resolução de problemas das outras áreas como vemos no documento da BNCC (BRASIL, 2018, p. 267):

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Pode-se perceber que há preocupações com a geometria, para que ela não seja vista de maneira isolada, mas sim como uma ferramenta que pode ser usada não apenas na matemática da sala de aula, mas também em outras áreas do conhecimento, possibilitando assim uma comunicação entre o mundo da geometria com o mundo físico e social, como sugere umas das competências que os alunos devem desenvolver na matemática:

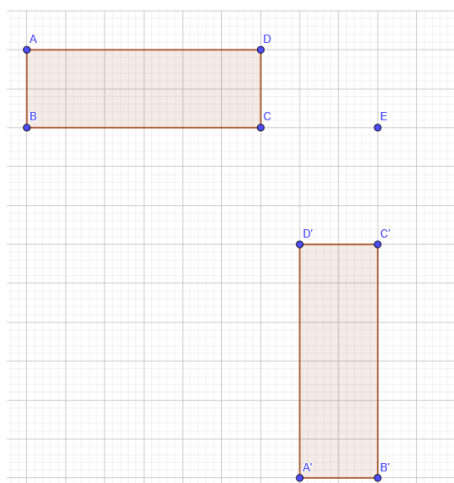
Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (BRASIL, 2018, p.265).

O intuito desse pensamento é de possibilitar aos alunos do ensino fundamental anos finais, a construir argumentos e conjecturas geométricas convincentes, os experimentos feitos com materiais concretos ou em ambientes de geometria dinâmicos são de extrema importância, principalmente para trabalhar as geometrias das transformações, uma vez que os alunos podem investigar, observar, testar e comprovar conjecturas, como por exemplo as relações de congruência, existente na rotação e trabalhar os casos de ampliações e reduções proporcionais de figuras planas chegando a conclusões de semelhanças e propriedades invariantes dessas figuras.

Diante disso julgamos necessário apresentar um exemplo da nossa própria prática docente no ensino de geometria: quando estávamos lecionando o assunto de

transformações geométricas, mais especificamente sobre rotação para os alunos do 9º ano do ensino fundamental, construíram um retângulo ABCD e um ponto E, logo após fizemos uma rotação de  $90^\circ$  em torno do ponto E, construindo um novo retângulo A'B'C'D' congruente ao retângulo original ABCD (figura 1). Em seguida, perguntamos a eles se esses triângulos eram congruentes e todos falaram que não, o que nos levou a questioná-los o porquê desta resposta. Assim, solicitamos que os alunos se organizassem em grupos e formulassem uma justificativa sobre a afirmação deles de os triângulos não serem congruentes. Assim, começaram a analisar a figura e chegaram à conclusão de que eles são congruentes. No final das contas eles usaram as condições de congruência de figuras planas de maneira indireta por meio da análise e reflexão em grupo.

Figura 1: Rotação do retângulo ABCD em torno do ponto E.



Fonte: Dados do Autor

Para fazer o exemplo da Figura 1, utilizamos o APP GeoGebra, o qual permite trabalhar com a geometria de maneira mais dinâmica. Este APP está disponível para computadores, tanto de maneira online quanto off-line e, também, está disponível para plataformas Androides e IOS para smartphones.

Visto essas aplicações e reflexões, fica inviável tratar a geometria como se fosse apenas um conjunto de fórmulas sem aplicações, como também apontado na BNCC:

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (BRASIL, 2018, p. 270)

Sendo assim, não apenas o ensino da geometria muda, mas o ensino de toda a Matemática, pois todas as áreas da matemática devem “conversar” entre si, acabando com a visão de que existe uma área da matemática que é mais importante do que as demais. Que foi o que aconteceu na época do abandono da geometria, como já citado em capítulos anteriores.

Por isso, existe a necessidade de preparação adequada para os docentes tanto em formação inicial para os que ingressarem ou já estão nas licenciaturas em Matemática, quanto para os já formados e atuando em salas de aula da educação básica. Mas será que os currículos dos cursos de licenciatura em Matemática já fizeram suas reformulações pensando em um ensino de geometria que dê conta das reais necessidades de aprendizagem dos educandos?

E ainda: é possível perceber nos currículos dos cursos de licenciatura em Matemática das universidades a relação com as propostas da BNCC para o ensino de geometria de modo mais específico, já que é este o foco desta pesquisa?

Tratando da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) será que o curso de licenciatura em Matemática oferece disciplinas específicas sobre geometria, capacitando assim seus futuros docentes (ou docentes em formação), a lecionarem a geometria a partir dos conteúdos/conhecimentos e metodologias para o ensino da geometria na educação básica? Será que está apresentando ferramentas tecnológicas para auxiliar no ensino aprendizagem da geometria?

Para nos ajudar nessa análise, podemos observar o fluxograma do curso de licenciatura plena em Matemática da UFPB do Campus I no quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Fluxograma do curso de licenciatura plena em Matemática da UFPB Campus I.

1º Semestre Letivo	Cr	5º Semestre Letivo	Cr
Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	04	Estágio Supervisionado I	07
Cálculo Diferencial e Integral I	04	Tópicos Especiais de Matemática II	04
Argumentação em Matemática	04	Matemática para o Ensino Básico II	06
Iniciação à Computação	04	Introdução à Análise Real	06
Metodologia do Trabalho Científico	03	Optativa	04
		Didática	04
<b>Total</b>	<b>19</b>	<b>Total</b>	<b>31</b>
2º Semestre Letivo	Cr	6º Semestre Letivo	Cr
Cálculo Diferencial e Integral II	04	Estágio Supervisionado II	07
Matemática Elementar I	04	Tratamento da Informação	06
Física Geral I	04	Tópicos Especiais de Matemática III	04
Introdução à Álgebra Linear	04	Optativa	04
Pesquisa Aplicada à Matemática	04	Fundamentos da Matemática	06
<b>Total</b>	<b>20</b>	<b>Total</b>	<b>27</b>
4º Semestre Letivo	Cr	8º Semestre Letivo	Cr
Matemática para o Ensino Básico I	06	Estágio Supervisionado IV	06
Fundamentos Antropo-Filosóficos da Educação	04	História da Matemática	06
Fundamentos Sócio-Históricos da Educação	04	Tópicos Especiais da Matemática V	04
Fundamentos Psicológicos da Educação	04	Trabalho de Conclusão de Curso TCC	08
Tópicos Especiais da Matemática I	04		
Funções de Uma Variável Complexa	04		
<b>Total</b>	<b>26</b>	<b>Total</b>	<b>24</b>

Fonte: [https://sig-arq.ufpb.br/arquivos/20161630006e6422854637379d36ea85/Rsep59\\_2008.htm](https://sig-arq.ufpb.br/arquivos/20161630006e6422854637379d36ea85/Rsep59_2008.htm). Extraído do site em 10/02/2020.

Pode-se observar a partir do quadro 3 que não existe nenhuma disciplina específica sobre geometria. Ou seja, nos oito semestres letivos, temos disciplinas que atendem a todas as áreas da Matemática citadas na BNCC, menos a geometria.

A partir desta constatação foi preciso analisar as ementas do curso com o intuito de perceber se a geometria está inserida em alguma disciplina. Para tanto, resolvemos olhar aquelas que trata de forma direta e específica do ensino básico, que são: a primeira Matemática para o Ensino Básico I (MEB I), oferecida no 4º período letivo do curso; e Matemática para o Ensino Básico II (MEB II), ofertada no 5º período, ambas com propostas de discutir conteúdos do ensino fundamental II e médio. Vejamos a seguir suas respectivas ementas:

Quadro 3: Ementa das Disciplinas de MEB I e MEB da UFPB Campus I

Disciplinas	
Matemática para o Ensino Básico I	4º Período
	6 créditos – 90h
	<b>Ementa:</b> Aritmética, Conjuntos e Linguagem Matemática, Álgebra, Números Reais, Funções, Sequência, Exponencial e Logaritmo, Trigonometria, Números Complexos, Polinômios, Equações Algébricas.
Matemática para o Ensino Básico II	5º Período
	6 créditos – 90h
	<b>Ementa:</b> Retas, Planos, Triângulos, Polígonos, Relações Métricas no Triângulo Retângulo, Arcos, Cordas, Tangentes, Relações Métricas no Círculo e nos Polígono Regulares. Ângulos Poliédricos, Poliedros, Teorema de Euler, Volumes, Princípio de Cavallieri, Cilindro, Cone, Esfera, Áreas, Volumes e Secções.

Fonte: [https://sigaa.ufpb.br/sigaa/public/curso/resumo\\_curriculo.jsf](https://sigaa.ufpb.br/sigaa/public/curso/resumo_curriculo.jsf). Extraído do site em 10/02/2020.

Inicialmente pode-se constatar que a disciplina de Matemática para o Ensino Básico II tem em sua totalidade conteúdos relacionados a geometria, diferentemente da MEB I que não apresenta nenhum conteúdo de geometria. Destacamos que apenas uma

disciplina, mesmo de 90h, não dá conta de o docente conseguir trabalhar todos esses assuntos de maneira que os discentes, que serão os futuros professores, assimilem e compreendam os assuntos pré-estabelecidos de maneira a desenvolver estratégias e metodologias pedagógicas adequadas para usarem na hora que estiverem ensinando seus alunos na educação básica.

Vale ressaltar que, como aluno deste curso, sabemos que ao longo de outras disciplinas assuntos de geometria são citados, contudo apenas com o intuito de servir como apoio a outros conteúdos considerados importantes, sem levar em consideração a reflexão sobre a geometria enquanto objeto de estudo, que venha a agregar conhecimentos e estratégias pedagógicas satisfatórias para os futuros professores, uma vez que esses professores muitas vezes já chegam na universidade com muitas dificuldades em geometria, podendo ainda não terem visto a geometria “adequada” na época do ensino fundamental II e médio, pois seus professores podem, também, não terem ensinado geometria de maneira que desenvolvesse nesses competências de investigação e criação de conjecturas e argumentos convincentes em relação a geometria.

Ou seja, estamos diante de um ciclo onde o ensino da geometria continua comprometido. Se o discente que será um futuro professor não tem domínio da geometria e, o currículo de sua formação inicial não lhe dá o suporte necessário, como colocar em prática o currículo proposto pela BNCC? Como diz Rezende (2017, p.46) apud Lorenzato (2015):

É fato que a formação do professor é essencial para que o ensino da geometria seja consolidado. Existem lacunas nessa formação, muitas delas diretamente ligadas ao abandono desses conteúdos por muitos anos. É preciso aliar a teoria à prática, pois só assim as deficiências destacadas na formação poderão ser superadas e, dessa maneira, as tarefas matemáticas podem ser pensadas para ou com os alunos, como propõe Lorenzato (2015).

O curso de formação é de extrema importância para os estudantes que serão futuros professores, afinal, como eles irão ensinar geometria, se eles não aprenderam?

É necessário que todos, professores, universidades, políticas públicas e pesquisadores da área assumam as responsabilidades que cabem a cada um, para assim, vencermos as dificuldades presente no nosso ensino de geometria com currículos que deem conta de tais necessidades.

#### **4. TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TDIC) E O ENSINO HÍBRIDO**

Com todo o avanço que vem ocorrendo no ensino de geometria, levando em consideração as tendências destacadas no capítulo anterior e a BNCC, é de extrema importância que o professor e os seus alunos tenham papéis diferentes (olhando para o método tradicional) dentro e fora da sala de aula, como dito no capítulo anterior: o professor precisa assumir um papel de mediador entre o aluno-conhecimento, aluno por sua vez, tornam-se um agente ativo nesse processo de ensino-aprendizagem, tornando-se o protagonista do seu conhecimento.

Sendo assim, é indispensável que o professor adote metodologias que venham proporcionar tais atitudes e habilidades. Outra vez, voltamos aos cursos de formação, será que nos nossos cursos de formação temos acesso a essas metodologias? E os professores que já estão atuando, já tiveram acesso a metodologias ativas que venham a desenvolver o que a BNCC sugere em relação ao uso de tecnologias?

Para Rocha (2019) os cursos de formação para professores necessitam de uma reformulação urgente do ponto de vista de metodologias que venham a usar tecnologias e que sejam ativas, pois, o que aprendemos nos cursos de licenciaturas são metodologias ultrapassadas. Sendo assim, os professores saem dos cursos de formação com uma grande deficiência tanto de um ponto de vista metodológico que acompanhe as novas demandas, quanto ao uso de Tecnologias digitais de Informação e Comunicação (TDIC) em suas aulas. Atualmente é de suma importância que os docentes saibam usar as tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, como aponta a BNCC em umas das suas competências gerais para a Educação Básica, referente ao uso de tecnologias:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar e acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Portanto, é necessário que os professores utilizem e proporcionem seus alunos a usarem as tecnologias ao seu favor, de maneira que venha a contribuir para o seu desenvolvimento pessoal e social, para isso é necessário que o professor saiba usar essas tecnologias e que saiba usa-las como instrumento de ensino-aprendizagem.

Sobre os professores que já atuam em sala de aula, Rocha (2019, p.27) destaca que:

Um dos maiores desafios do professor contemporâneo é conseguir acompanhar o ritmo acelerado da globalização. O conhecimento não está pronto, acabado. Ele está em construção, sendo desenvolvido, e a pesquisa é um elemento essencial nesse processo. Por isso, além de uma boa e sólida formação os professores devem ter acesso à formação continuada para, dessa maneira, ser um profissional inovador, ousado e flexível.

Sendo assim, existe uma necessidade que os docentes tenham domínio sobre as TDIC, nesse sentido, seria essencial a utilização de metodologias que utilizem essas tecnologias de maneira a potencializar o ensino-aprendizagem. É necessário desenvolver metodologias diferentes do século passado, onde as metodologias tradicionais dominavam, agora necessitamos falar em uma linguagem na qual os nossos alunos possam compreender e havendo assim uma comunicação entre o professor e o aluno Santos afirma que:

As práticas pedagógicas tradicionais, onde a transmissão de informações é feita pelos professores, não fazem mais sentido hoje, pois o acesso à informação não é mais difícil como antigamente. Com as novas tecnologias e a disseminação da internet, é possível aprender a qualquer momento, em qualquer lugar e de várias maneiras. (SANTOS, 2019, p. 31).

De acordo com Valente (2018) com o advento das TDIC surgiram novas possibilidades que podem contribuir para o desenvolvimento de novas abordagens pedagógicas, a fim de criar pontes entre as TDIC e as atividades curriculares, e, além disso, criar caminhos onde metodologias ativas sejam implantadas. O autor ainda define metodologias ativas como sendo uma metodologia na qual o discente tem uma participação ativa no processo de ensino aprendizagem, isto é, ele deixa de ser um agente passivo, e passa a ser um agente ativo diretamente ligado em sua aprendizagem. Tal aprendizagem pode ocorrer de várias maneiras, como por exemplo, na resolução de problemas, desenvolvimento de projetos e investigações de situações problemas. Já o professor tornasse um tutor, orientador que vai orientando o discente nessa descoberta, essa orientação pode ser tanto presencial como virtual (*online* ou *offline*). Nas palavras de Valente (2018 p. 27):



As metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descobertas, investigação ou resolução de problemas.

Com essas metodologias ativas, há no processo ensino e aprendizagem uma dinâmica e interação maior nos papéis dos docentes e discentes, uma vez que o conhecimento não está mais fixado no docente, mas na aprendizagem do aluno.

Os discentes podem usufruir das TDIC para terem acesso ao conhecimento que seria ministrado em sala de aula, podendo assim, serem vistos de diferentes perspectivas e locais. Esse tipo de ensino é chamado de ensino híbrido, *“o ensino híbrido tem sido definido como um programa de educação formal que mescla momentos em que o aluno estuda os conteúdos e as instruções usando recursos on-line e outros em que o ensino ocorre em sala de aula, podendo interagir com outros alunos e com o professor”* (STANKER; HORN (2012) apud VALENTE(2018, p.29).

#### **4.1. O Ensino Híbrido**

Segundo Rocha (2019) o ensino híbrido é uma abordagem pedagógica que une atividades feitas em sala de aula (presenciais) e atividades em ambientes digitais (on-line) através das TDIC. Sendo assim, o ensino híbrido é uma abordagem pedagógica que mescla elementos da sala de aula tradicional com elementos tecnológicos atuais, portanto, existem várias formas e maneiras distintas de elaborar e produzir atividades que venham a ter como foco a aprendizagem do aluno, nesse processo de aprendizagem os alunos podem (e devem) interagir com seus pares e com o professor, gerando um engajamento maior por parte do aluno.

Todavia, existem diferentes modalidades de ensino híbrido, Chistensen, Horn, e Staker (2013) criaram uma classificação para essas modalidades, a saber: i) inovação híbrida sustentável, que é aquela que pega algo que já existem e acrescenta algo novo no intuito de melhorar esse algo e; ii) a inovação híbrida disruptiva, que é aquela que pega algo novo (que é considerado melhor do que o “velho”) e coloca no lugar do “velho.

Dentro dessa classificação de modalidades, existem quatro categorias, que são: a) Modelo de Rotação; b) Modelo Flex; c) Modelo A La Carte e; d) Modelo Virtual Enriquecido. (CHISTENSEN, HORN, e STAKER 2013). Vale ressaltar que, apenas o modelo de Rotação segue o modelo de inovação híbrida sustentável. Sendo assim, a

seguir apresentaremos o Quadro 4, onde Chistensen, Horn, e Staker (2013) exemplificam o que seria o Modelo de Rotação, e, além disso, apresentam os 4 submodelos do Modelo de Rotação e falando previamente o que seria cada uma.

Quadro 4: Modelo de Rotação e seus quatro submodelos

Modelo	Exemplo do Modelo	Submodelo	Breve Resumo dos submodelos
Rotação	É aquele no qual, dentro de um curso ou matéria (ex: matemática), os alunos revezam entre modalidades de ensino, em um roteiro fixo ou a critério do professor, sendo que pelo menos uma modalidade é a do ensino online. Outras modalidades podem incluir atividades como as lições em grupos pequenos ou turmas completas, trabalhos em grupo, tutoria individual e trabalhos escritos.	Rotação por Estações	É aquela no qual os alunos revezam dentro do ambiente de uma sala de aula.
		Laboratório Rotacional	É aquele no qual a rotação acontece entre a sala de aula e um laboratório de aprendizado para o ensino online.
		Sala de Aula Invertida	É aquele no qual a rotação ocorre entre a prática supervisionada presencial pelo professor (ou trabalhos) na escola e a residência ou outra localidade fora da escola para a aplicação do conteúdo e lições online.
		Rotação Individual	Difere dos outros modelos de Rotação porque, em essência, cada aluno

			tem um roteiro individualizado e, não necessariamente, participa de todas as estações ou modalidades disponíveis.
--	--	--	---

Fonte: (Chistensen, Horn, e Staker, 2013 p. 27).

Pode-se perceber que em todos os submodelos existe uma função entre a sala de aula e as TDIC, porém, a aprendizagem está centrada no aluno, possibilitando as interações entre os alunos e seus pares e com o professor, com exceção do modelo de Rotação Individual no qual o aluno pode não interagir (fazer a rotação) com a turma, porém, sua interação com o professor é garantida, uma vez que as atividades são supervisionadas pelo professor.

No Quadro 5 apresentaremos as outras 3 categorias que seguem o modelo de inovação híbrida disruptiva seguidas de um breve resumo do que seria cada uma dadas por Chistensen, Horn, e Staker (2013).

Quadro 5: Modelos que seguem a inovação híbrida disruptiva

Modelo	Breve resumo
Flex	É aquele no qual o ensino online é a pinha dorsal do aprendizado do aluno, mesmo que ele o direcione para atividades offline em alguns momentos. Os estudantes seguem um roteiro fluido e adaptado individualmente nas diferentes modalidades do ensino, e o professor responsável está na mesma localidade.
A La Carte	É aquele no qual os alunos participam de um ou mais cursos inteiramente online, com um professor responsável online, e ao mesmo tempo, continuam a ter

	experiências educacionais em escolas tradicionais. Os alunos podem participar dos cursos online tanto nas unidades físicas ou fora delas.
Virtual Enriquecido	É uma experiência de escola integral na qual, dentro de cada curso(ex: matemática), os alunos dividem seu tempo entre uma unidade escolar física e o aprendizado remoto com acesso a conteúdos e lições online.

Fonte: (Chistensen, Horn, e Staker ,2013 p. 27)

Segundo Chistensen, Horn, e Staker (2013) a principal diferença desses modelos para os modelos de Rotação é a quebra com a sala de aula da maneira a qual conhecemos. Falando em relação ao ensino fundamental e médio, por exemplo, esses modelos seriam como um curso EaD que podem ser 100% virtual, onde os alunos optam se querem ter experiências em uma sala de aula presencial ou não.

Para a nossa pesquisa focamos no modelo de Rotação, mas especificamente no submodelo da Sala de Aula Invertida, visto que nossa coleta de dados se deu exatamente por meio desta metodologia de ensino.

#### **4.2. Sala de Aula Invertida (SAI)**

Tradicionalmente a sala de aula é o local onde o professor transfere informações, onde ele apresenta os devidos conhecimentos para seus alunos, que por sua vez devem praticar, através de exercícios, em suas casas. Depois de passados determinados conhecimentos/informações os alunos são submetidos a algum tipo de teste para saber se eles conseguiram assimilar esses conhecimentos, segundo Valente (2018, p.29):

No ensino tradicional, a sala de aula serve para o professor transmitir informações ao aluno, que, após a aula, deve estudar o material abordado e realizar alguma atividade de avaliação para mostrar que esse material foi assimilado.

Sendo assim, a sala de aula na visão tradicional, não seria um local de debate sobre o conteúdo programado da aula, principalmente se esse conteúdo for algo novo, mas sim o lugar onde o professor transmite o conhecimento e o aluno age como um ser passivo diante das informações que devem ser memorizadas pelo mesmo.

Já a proposta da metodologia ativa da Sala de Aula Invertida (SAI) é inverter esse processo, isto é, o aluno deve estudar, ler, tomar conhecimento desse assunto antes das aulas, tendo um contato prévio com os conteúdos que serão foco da aula e, posteriormente em sala de aula, deve discutir com o professor e com seus colegas de turma, gerando assim um ambiente de debate, reflexão e esclarecimento de dúvidas sobre o assunto previamente analisado.

Segundo Valente (2018) a sala de aula nessa abordagem (SAI), o aluno deve ter um contato prévio com o conhecimento necessário para a aula que está por vir, sendo assim, a sala de aula torna-se um lugar de aprendizagem ativa, uma vez que ocorre o engajamento dos alunos, através de perguntas, discussões e atividades propostas pelo professor. Que nessa abordagem atua como um mediador, tutor e ajudador do conhecimento.

Já para Rocha (2019) a SAI significa que os eventos que antes os alunos faziam em sala, agora são transferidos para serem feitos fora da sala de aula ou escola, sendo assim o aluno assume as responsabilidades de estudá-los em casa ou na própria escola, mas em outro ambiente diferente da sala de aula como, por exemplo, no laboratório de informática, na sala de vídeo, biblioteca. Neste caso, a aula presencial serve para a aplicação e amadurecimento prático dos conhecimentos estudados previamente.

Com a chegada das TDIC o acesso à informação ficou bem mais acessível, uma vez que *smartphones* podem fazer pesquisas em bancos de dados que armazenam uma enorme quantidade de informação, por exemplo, o *Google* onde o professor pode usar dessas tecnologias para mandarem materiais que possibilitem os alunos terem acesso prévio aos conhecimentos referentes à próxima aula. Partindo disso, Valente (2018, p.29) afirma que:

Antes da aula, o professor verifica as questões mais problemáticas, que devem ser trabalhadas em sala de aula. Durante a aula, ele pode fazer uma breve apresentação do material, intercalada com questões para a discussão, visualizações e exercícios de lápis e papel.

Vale salientar que esses exercícios também podem ser feitos de outras maneiras, incluindo as TDIC, como por exemplo o uso do *Kahoot*<sup>2</sup> que pode ser acessado tanto por computadores/notebooks que tenham acesso à internet, quanto por smartphones que tenham acesso a internet, ou seja, os alunos podem utilizar as TDIC para fazerem testes, experimentos, visualizações, experimentos e entre outras possibilidades, tanto individuais, quanto em grupo.

De acordo com as ideias de Santos (2019), esse modelo não transforma apenas a estrutura do processo de ensino-aprendizagem, mas também as posturas do professor e do aluno, pois agora o aluno não é mais aquele agente passivo no processo de aprendizagem, agora ele é o principal responsável pela construção do seu conhecimento, assumindo responsabilidades de estudos, como assistir as vídeo-aulas, ler materiais mandados previamente e fazer indagações relevantes (e necessárias para a sua aprendizagem).

Quanto ao professor, cabe assumir um papel diferente do de antes, aquele de transferidor de conhecimento. Agora, este precisa planejar as aulas de forma que haja o engajamento de seus alunos, os quais precisam ser protagonistas na construção do conhecimento, sendo assim, o professor não é mais aquele que apenas corrige erros, mas sim aquele que também orienta e facilita a interação entre aluno e conhecimento.

Todavia, para Valente (2018) para se aplicar a metodologia da sala de aula invertida existem dois passos que são de extrema importância, que são: i) a produção de material online, o qual o aluno terá acesso e, ii) o planejamento de atividades que serão aplicadas em sala de aula. Ou seja, não basta apenas criar materiais que sejam bons para a construção de conhecimentos, mas também atividades que sejam coerentes com tais conhecimentos vistos previamente, atividades que deem sentido ao que foi visto anteriormente fora da sala de aula. Segundo Valente (2018, p.30), além desses dois passos importantes, ainda há quatro regras básicas para a o sucesso da metodologia ativa da sala de aula invertida, que são:

- 1ª. As atividades em sala de aula devem envolver uma quantidade significativa de questionamento, resolução de problemas e de outras atividades de aprendizagem ativa, obrigando o aluno a recuperar, aplicar e ampliar o material aprendido on-line.
- 2ª. Os alunos devem receber *feedback* imediatamente após a realização das atividades presenciais

---

<sup>2</sup> Kahoot é uma plataforma de aprendizado em jogos. Seus jogos de aprendizado, “kahoots”, são testes de múltipla escolha que permitem a geração de usuários e podem ser acessados por meio de um navegador da Web ou do aplicativo Kahoot.

3ª. Os alunos devem ser incentivados a participar das atividades on-line e das presenciais, sendo que elas são computadas na avaliação formal do aluno, ou seja, valem nota.

4ª. Tanto o material a ser utilizado *on-line* quanto os ambientes de aprendizagem em sala de aula devem ser altamente estruturados e bem planejados. (VALENTE 2018, p.30)

Inverter a sala de aula metodologicamente requer um planejamento muito bem estruturado, pois não se deve pensar apenas nos materiais que serão mandados previamente, que já requerem cuidados em relação as informações que serão apresentadas, mas também com as atividades que serão aplicadas em sala, para que não tenham um nível muito elevado ou muito inferior. Além disso, as atividades devem despertar o interesse dos alunos. Sendo assim, a organização por parte do professor é de extrema importância e o engajamento dos alunos também, para que essa metodologia alcance os seus objetivos.

## 5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo temos o objetivo de esclarecer as etapas da pesquisa antes de mostrarmos as análises e resultados dos dados coletados. Sendo, informaremos o lócus da pesquisa, os sujeitos, as ferramentas utilizadas na coleta dos dados e como organizamos os dados para as análises e, posterior resultados, vejamos:

### 5.1. Lócus da Pesquisa

Para desenvolver a presente pesquisa foi escolhido um colégio da rede privada, no município de João Pessoa, capital do estado da Paraíba, localizado no bairro Jardim Cidade Universitária. O colégio atende desde a educação infantil ao ensino médio no turno da manhã, onde no turno da tarde ocorrem os projetos para os alunos do ensino fundamental 2 e médio. A escolha desse colégio está ligada a dois motivos: 1º O colégio é a primeira escola 3.0 da Paraíba, ou seja, a escola trabalha com metodologias ativas e utiliza as tecnologias como ferramentas educacionais, portanto, a escola utiliza o modelo de Sala de Aula Invertida e Rotação por Estações.

Além disso, a escola é equipada com wifi, sala de pesquisa com computadores e internet, as salas são equipadas com computador com acesso à internet via cabo e Datashow. Também, trago como elemento para justificar a escolha deste colégio, a questão de fazer parte do quadro de professores de Matemática do colégio, no qual atuo como professor de Matemática do 8º ano e dos dois 9º anos.

Ainda sobre o colégio, o mesmo utiliza o *Google Classroom* (ou Google Sala de Aula) que é um recurso gratuito que pode ser usado por escolas, professores e alunos. Para ter acesso a esse recurso basta ter uma conta no *Gmail* e ter um computador/notebook ou smartphone, pois o mesmo está disponível na *Play Store* com acesso à internet.

### 5.2. Sujeitos da Pesquisa

As aulas foram realizadas em duas turmas do ensino fundamental 2, a saber os dois 9º anos, A e B, do colégio. A turma do 9º A era composta por 18 alunos, sendo 4 do sexo masculino e 15 do sexo feminino. O 9º B era composto por 21 alunos, sendo 9 do sexo masculino e 12 do sexo feminino. Em ambas as turmas não havia alunos repetentes. A idade dos alunos variava entre 13 e 14 anos.



Semanalmente eles tinham quadro aulas de Matemática, distribuídas da seguinte forma: na turma do 9º A as aulas eram nas segundas, quartas e sextas-feiras, já na turma do 9º B as aulas eram nas quartas e sextas-feiras com duração de cinquenta minutos cada aula.

### 5.3. Ferramentas utilizadas

Além do *Google Classroom* foi utilizado o APP *GeoGebra* e o *Khan Academy*.

O *Google Classroom* é usado como uma ferramenta digital que conecta os professores e alunos. Através dessa ferramenta os alunos têm acesso antecipado aos materiais da próxima aula, além de serem passadas atividades e os alunos recebem os *feedbacks* de atividades online, pesquisas e ainda possibilita a interação entre os alunos da turma, pois eles podem encontrar materiais (vídeos, PDF, sites) que sejam relevantes e compartilhar com os demais colegas da turma.

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmico para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote, bem fácil de usar.

Já o Khan Academy é uma plataforma de Educação gratuita que oferece uma coleção de vários vídeo aulas de diversas áreas, sendo a Matemática uma delas, que vai do ensino fundamental 1 ao ensino superior, Vale destacar que, para o ensino fundamental os assuntos seguem as orientações da BNCC. Além disso, a plataforma fornecesse alguns exercícios que são chamados de “*praticar*”.

### 5.4. Coleta de dados

A presente pesquisa teve como metodologia a Sala de Aula Invertida, onde o aluno deve ter um contato prévio com o conhecimento necessário para a aula que está por vir (VALENTE 2018), como já apresentado no Capítulo 4.

Como procedimento de coleta de dados, realizamos o seguinte: inicialmente analisamos o livro didático dos alunos com o intuito de verificar o assunto sobre transformações geométricas, contudo ele não dispunha de tal assunto. Nesta etapa, lançamos mão da pesquisa bibliográfica que tem como característica “a fonte de coleta de dados está restrita a documentos, escritos ou não, constituindo o que se denomina de fontes primárias” (LAKATOS E MARCONI, 1991, p.176).

Na sequência, buscamos em diversas fontes bibliográficas a discussão/apresentação do assunto sobre transformações geométricas. Durante esta etapa da pesquisa nos deparamos com a aplicação do conteúdo a partir do site Khan Academy, do qual optamos fazer uso e analisar sua eficiência quanto a aprendizagem dos alunos.

Desta feita, ao nos apropriarmos dos conteúdos do site, o adaptamos as ferramentas que a escola já disponibilizava para os alunos que são o *Google Classroom* e o APP *GeoGebra*.

Para verificar a eficácia das ferramentas virtuais, assim como o uso do site Khan Academy, levantamos situações-problemas para os alunos das duas turmas a partir do conteúdo sobre transformações geométricas. Veremos a seguir as análises e resultados a partir dos dados coletados.

## **6. O DESEMPENHO DOS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS A PARTIR DO USO DO APP GEOGEBRA E DO SITE KHAN ACADEMY**

Organizamos este capítulo em três tópicos, levando em consideração os objetivos definidos no início desta pesquisa. Vale destacar que neste capítulo falarei na primeira pessoa, uma vez que as atividades foram propostas por mim, enquanto professor das duas turmas.

### **6.1. Dificuldades dos alunos com a rotação e reflexão no plano cartesiano**

Os conteúdos de rotação, reflexão e dilatação foram sugeridos pelo diretor do colégio quando começamos o assunto de Plano Cartesiano nos 9º anos o mesmo solicitou que fosse trabalhado movimentação no plano cartesiano, como citado no capítulo 5. Vale ressaltar que tais assuntos não constavam no material didático.

Quando foi iniciado os estudos sobre plano cartesiano, perguntamos as turmas se eles já tinham estudado rotação, reflexão e dilatação de figuras geométricas, e a resposta de todos foi não.

Quando chegou o momento de trabalhar tais assuntos, foram mandados materiais prévios (como vídeos e textos) sobre os conteúdos através do *Google Classroom*, uma vez que se trata da metodologia da Sala de Aula Invertida, como discutido em Valente (2018).

O vídeo<sup>3</sup> selecionado foi um no qual o professor ensinava rotação e reflexão usando o APP *GeoGebra*. Sendo assim, os alunos tiveram um contato com um ambiente dinâmico de geometria, onde eles mesmos poderiam explorar esses conceitos e poderiam levantar hipóteses e verificá-las, assim como sugeriu Lorenzato (1995) nas tendências destacadas no capítulo 3.

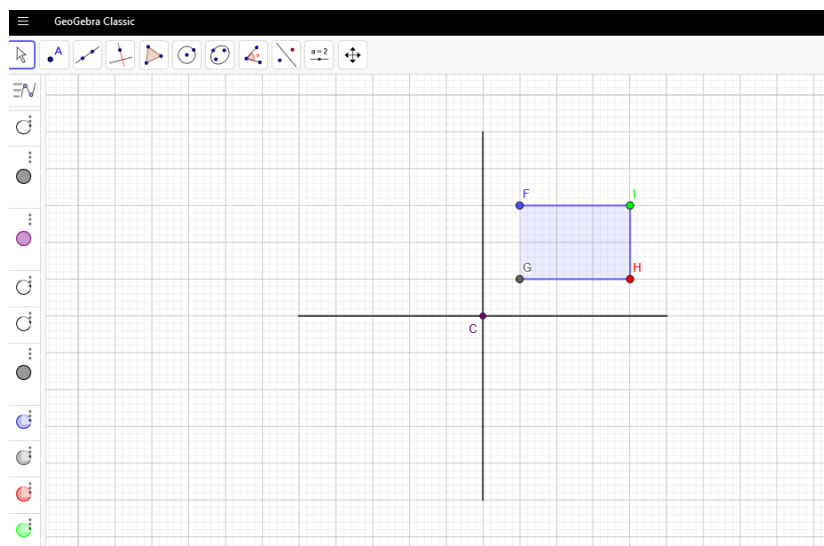
Em sala de aula, foi feita uma revisão elencando alguns pontos sobre rotação, utilizando o *GeoGebra* em um Datashow, no qual foi perceptível que os alunos novatos, os quais não conheciam o APP *GeoGebra* tiveram mais dificuldade para explorarem as ferramentas de rotação e reflexão dispostas no APP, além disso, foi possível perceber

---

<sup>3</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=YNnthJTQvCI&t=1s>. Acessado em 25/03/2020

dificuldades em relação ao ângulo de rotação e o sentido da rotação, por exemplo: alguns alunos ainda não tinham entendido o que seria uma rotação de um retângulo FGHI em torno de um determinado ponto com o ângulo de rotação de  $90^\circ$  graus no sentido anti-horário e também não sabiam fazer. Sendo assim, criamos uma situação no APP que está apresentada na figura 2.

Figura 2: Retângulo FGHI e o ponto C

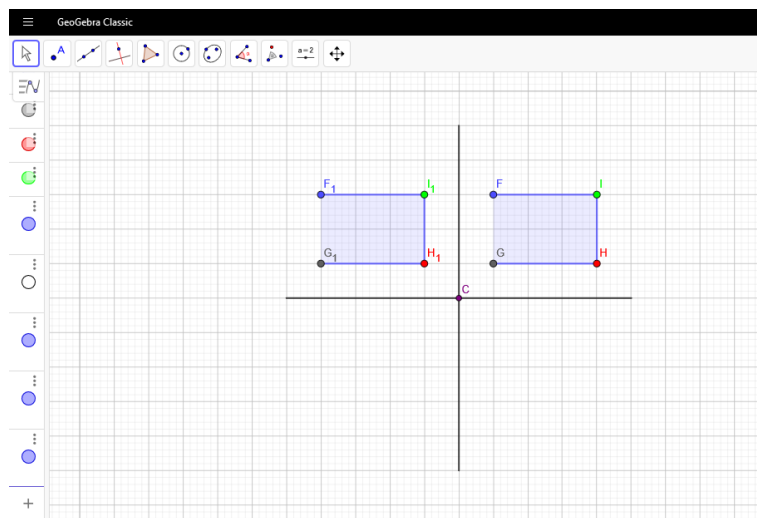


Fonte: Arquivo do autor

Nessa situação, solicitamos aos alunos que tinham o APP instalado em seus smartphones, ligarem seus bluetooths, para assim receberem o arquivo que estava sendo usado por nós no APP. E aos que não tinham o APP foram chamados para fazerem a marcação no quadro, onde o retângulo iria ficar (utilizando o APP) após sofrer a transformação geométrica. Diante dessa figura uma discussão foi incentivada a saber, sobre como seria feita essa rotação, quais elementos eram necessários para se fazer, em qual quadrante a figura iria ficar e sua posição a fim de estimular o desenvolvimento do pensamento crítico e a criação de hipóteses.

Um aluno se propôs a fazer à atividade proposta, a figura 3 mostra onde ele colocou o retângulo após sofrer uma rotação de  $90^\circ$  entorno do ponto C no sentido anti-horário.

Figura 3: Figura do retângulo  $F_1G_1H_1I_1$ , que seria o local onde o retângulo  $FGHI$  após sofrer a transformação (rotação)



Fonte: Arquivo do autor

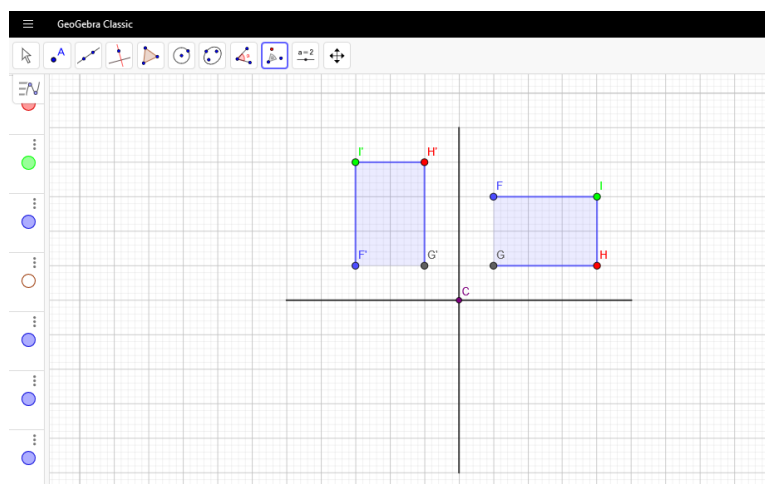
Após a marcação, ficou claro que o aluno não sabia diferenciar uma rotação de uma reflexão, pois no ato de fazer as marcações, sua preocupação foi apenas para observar se os pontos correspondentes estavam à mesma distância da reta vertical.

Quando este mesmo aluno foi perguntado qual era a função do ponto C, respondeu que ele servia para dizer onde a figura iria ficar. Identificamos que através do APP o aluno conseguiu assimilar que esse ponto C era o responsável pela rotação, isto é, para a figura sofrer a rotação ela precisa girar em torno desse ponto e depois assumir seu lugar, sem o APP que permite uma dinâmica em tempo real entre o aluno e o conhecimento, provavelmente o aluno sentiria dificuldades de identificar isto, pois a transformação seria feita de maneira manual e não necessariamente ele iria perceber a movimentação da figura em torno do ponto C.

Apesar da resposta do aluno não estar totalmente correta em relação a rotação da figura, mas ele conseguiu compreender que o ponto C é o centro da rotação e consequentemente que toda rotação necessita de um centro. Depois perguntamos aos alunos se estava certo, caso a resposta fosse não, os alunos deveriam explicar o porquê e fazer outro exemplo, estimulando a participação dos demais alunos, e a verificarem a resposta do colega e a desenvolver a argumentação lógica geométrica com relação a esse assunto de transformação, isso só foi possível porque eles tinham acesso a uma ferramenta, o APP, que possibilitava a verificação de respostas em tempo real.

Outro aluno identificou o erro e justificou que o retângulo  $F_1G_1H_1I_1$  desenhado pelo aluno anterior, na verdade não tinha sofrido uma rotação, mas uma reflexão com relação à reta vertical (eixo y). Então, ele fez a marcação, que está na figura 4 e ressaltou que em uma rotação, giramos uma figura em volta de alguma coisa. Identificamos que o APP GeoGebra pode possibilitar essa percepção à medida que o usuário vai testando a ferramenta de rotação, pois se o ângulo e o sentido de rotação forem mantidos e apenas o centro de rotação for alterado, o usuário consegue identificar que a figura muda sua localidade. Já sobre a transformação, nesses testes, a figura mantém sua posição após a rotação, o que muda é a sua localidade, que nesse caso, são as coordenadas de seus vértices. Veja um exemplo na figura 5.

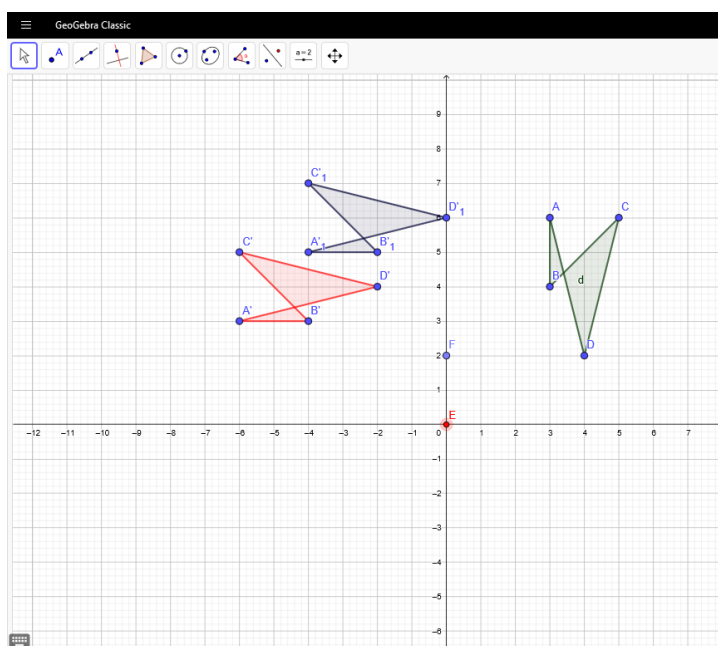
Figura 4: O retângulo  $F_1G_1H_1I_1$  representa o retângulo FGHI após sofrer a rotação



Fonte: Arquivo do autor

Em cima disso outras rotações foram feitas, as quais foram propostas pelos próprios alunos, mostrando, desse modo, que ao utilizar de aplicativos específicos para o ensino da Matemática, como o GeoGebra, pode facilitar o aprendizado do aluno, principalmente em assuntos que, muitas vezes parecem abstratos demais para o entendimento dos alunos.

Figura 5: Exemplo sobre localidade de figuras com centros de rotação distintos



Fonte: Arquivo do autor

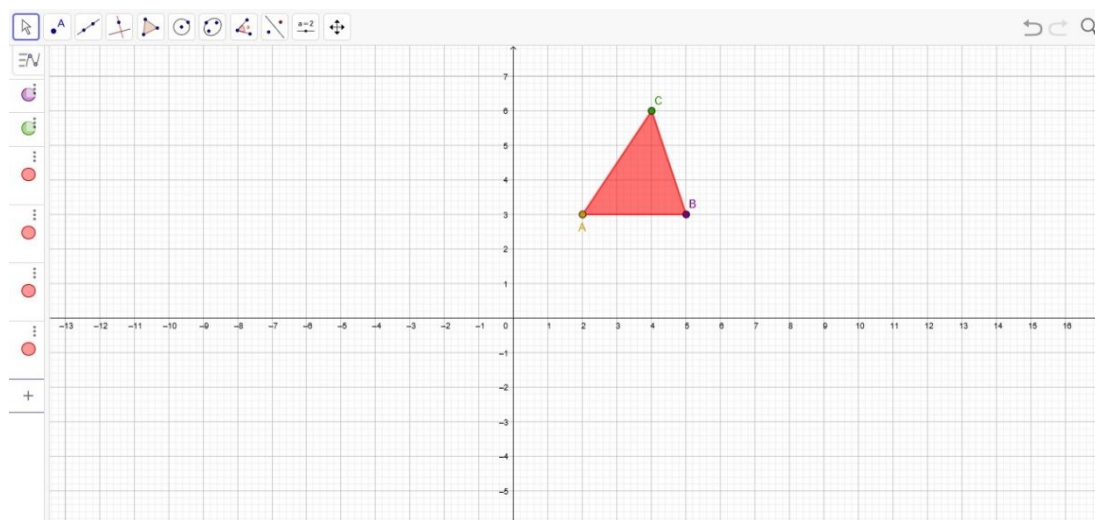
Observamos que tanto a figura vermelha quanto a azul estão na mesma posição, porém em localidades diferentes, ambas são resultados da rotação da figura verde. Todavia, a figura vermelha é resultado da rotação em torno do ponto E e a azul em torno do ponto F, assim é possível concluir que o primeiro aluno não estava totalmente errado quando falou que o ponto C determina onde a figura vai ficar.

Foi notório que alguns alunos tiveram dificuldades em diferenciar quando é uma rotação e uma reflexão, como também em saber como é feita uma rotação, quais eram as informações necessárias para se realizar uma. Identificamos que o fato dos alunos passarem por uma construção de conhecimento desse modo, ou seja, analisando e fazendo construções de rotação em tempo real, inclusive utilizando uma plataforma digital, mostrou as dificuldades existentes, mas também, provocou os alunos a refletirem sobre o ensino da Matemática. Nas palavras de Valente (2018, p 28), estas atividades são importantes, pois:

[...] Criar situações de aprendizagem nas quais os aprendizes possam fazer coisas, pensar e conceituar o que fazem e construir conhecimentos sobre os conteúdos envolvidos nas atividades que realizam, bem como desenvolver a capacidade crítica, refletir sobre as práticas realizadas, fornecer e receber *feedback*, aprender a interagir com colegas e professor, além de explorar atitudes e valores pessoais.

Quanto ao assunto sobre reflexão, identificamos que os alunos não apresentaram tantas dificuldades como no caso da rotação, pois eles relataram que dava para associar a ideia de reflexão com o reflexo da pessoa no espelho, mostrando que a experiência de seu cotidiano poderia ajudar no aprendizado da Matemática. Sendo assim, realizamos uma situação problema no *GeoGebra* muito semelhante a de rotação. Observamos a situação na figura 6.

Figura 6: Situação problema sobre reflexão

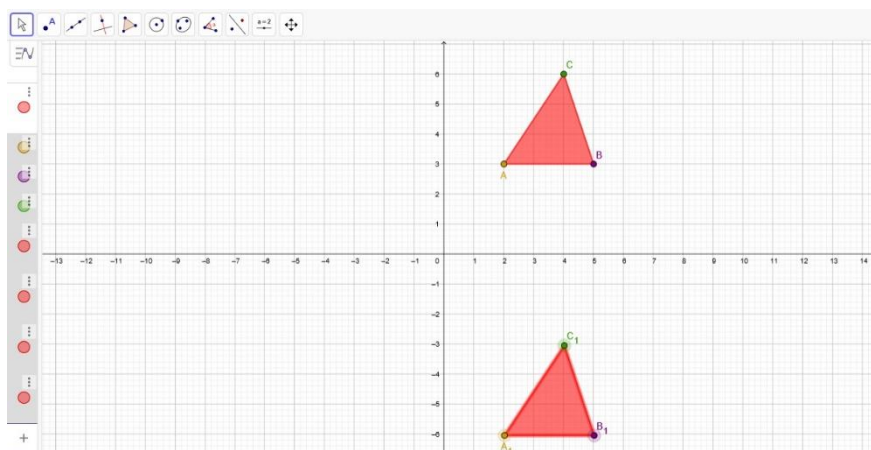


Fonte: Arquivo do autor

Mesmo com o relato, de “que dá para associar reflexão com uma imagem no espelho”, alguns alunos sentiram dificuldade no posicionamento da figura após sofrer a transformação. Uma aluna foi solicitada para fazer a marcação no *APP* onde o triângulo *ABC* iria ficar após sobre uma reflexão com relação ao eixo das abscissas (eixo *x*). A marcação feita pela aluna está na figura 7.



Figura 7: Reflexão do triângulo ABC em relação ao eixo das abscissas, onde o triângulo  $A_1B_1C_1$  é o triângulo ABC após sofrer a transformação



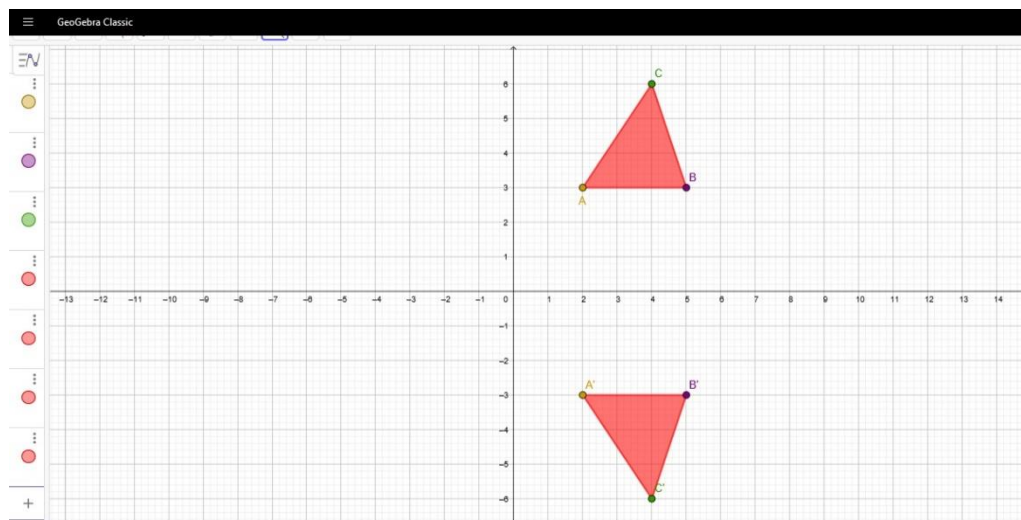
Fonte: Arquivo do autor

Nesse caso, podemos apontar que com relação a coordenadas a aluna acertou. Contudo, verificamos que ela não fez a reflexão da figura em si, mas apenas da localização dos vértices do triângulo. Essa situação gerou debates interessantes, pois alguns alunos não sabiam como explicar o porquê da marcação estar errado, já outros falaram que estava certa, pois os pontos estão na mesma distância com relação ao eixo y, e entre outros. Identificamos que a reflexão dos alunos com relação as análises feitas a partir da utilização do APP trouxeram resultados positivos, pois os mesmos já estavam conseguindo debater sobre questões geométricas.

Como se tratava de transformações geométricas, não tinham cálculos envolvidos nas situações problemas, então as discussões mostravam que eles estavam desenvolvendo argumentações lógicas sobre o assunto, visto que a geometria não estava sendo tratada apenas como um conjunto de fórmulas que poderiam ser aplicadas em situações prontas, assim como sugere a BNCC (BRASIL, 2018).

Na sequência, um aluno pediu para fazer a marcação, para assim mostrar como ficaria. Essa marcação está representada na figura 8.

Figura 8: Resultado da transformação do triângulo ABC, onde o triângulo  $A_1B_1C_1$  é o resultado da transformação



Fonte: Arquivo do autor

O aluno explicou que quando estamos na frente do espelho o nosso reflexo fica de frente para nós, já que a reflexão funciona como um espelho, então os triângulos ficariam um de frente para o outro. Nesse caso, a experiência do cotidiano foi de grande ajuda na construção do desempenho, uma vez associadas à plataforma digital, pois no GEOGEBRA é possível criar segmentos de retas entre os pontos correspondentes e observar que as figuras realmente estão de frente, ou seja, o APP possibilita a verificação dessa associação, sendo assim, o APP facilitou a comprovação dessa ideia, uma vez que ele permite fazer tal experimento em tempo real. Vale ressaltar que sem o recurso do APP seria bastante complicado de mostrar tal comprovação, pois a reflexão necessitaria ser feita no lápis e papel, e não iria dispor de uma ferramenta que desse a possibilidade do aluno interagir geometricamente com a figura.

Depois disso foram criadas outras situações semelhantes, dessa vez a turma foi separada em duplas e trios para fazerem as atividades onde eu orientava algumas construções para aqueles que não tinham tanta afinidade com o APP.

## 6.2. APP GEOGEBRA como facilitador na resolução de problemas envolvendo reflexão e rotação.

Durante as aulas que foram se estendendo, o uso do APP GeoGebra com a mediação do docente foi ficando cada vez mais presente visto a grande eficácia de sua

aplicação e o quanto propunha a reflexão e análise dos alunos sobre o assunto. Sendo assim, as discussões sobre rotação e reflexão foram muito em cima de construções geométricas usando o *GeoGebra*.

Neste sentido, destacamos que o uso de um ambiente dinâmico ajudou a desenvolver a percepção geométrica e apurou o sentido de investigação dos alunos, saindo assim daquela visão de que a geometria é algo axiomático e isolado das outras áreas, como por exemplo álgebra e a aritmética, assim como Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) apontaram na época do abandono do ensino de geometria, como visto em capítulos anteriores desta pesquisa.

Além disso, com o *APP* ainda foi possível associar as transformações geométricas de rotação e reflexão com o assunto de congruência de figuras planas, como mostrado em um exemplo do capítulo 3 na figura 1, como sugeriu a BNCC (2018, p. 270):

Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes.

Além disso, o *GEOGEBRA* dispõe de uma ferramenta que possibilita fazer transformações geométricas, o uso é bastante intuitivo, pois escolhendo a ferramenta e escolhendo a transformação, o *APP* dá orientações dos elementos necessários e suficientes para realizar tais transformações.

Sendo assim, podemos afirmar que essa ferramenta ajudou bastante nas discussões em grupos (Rotação por Estações, visto no capítulo 4), pois os alunos discutiam sobre as transformações, levantavam hipóteses e argumentos e eles mesmos verificavam seus apontamentos com o intuito de identificar se haviam acertado ou errado e o por quê.

Identificamos que com o decorrer das aulas, com o domínio do *APP* e com as análises e reflexões individuais e coletivas, cada vez mais eles mostravam facilidade de identificar e resolver as situações problemas sobre as transformações geométricas de rotação e reflexão.

### **6.3. O uso do site Khan Academy nas resoluções de problemas sobre transformações geométricas: a rotação e a reflexão no plano cartesiano.**

Como relatado no capítulo 5 desta pesquisa, no site do Khan Academy encontramos atividades que traziam à tona os conhecimentos de rotação e reflexão.

O site em questão, possibilitou aplicar os conhecimentos estudados pelo *APP GeoGebra*. No APP testamos hipóteses e construímos a ideia das transformações em questão, já no *Khan Academy* conseguimos ver as aplicações.

Identificamos que, em relação a utilização do site e suas ferramentas os alunos não tiveram muita dificuldade, uma vez que o site tem uma ligação com o *Google Classroom*, isto é, é possível migrar os alunos do *Google Classroom* para o site, assim, quando tinha atividade no site, postávamos no *Google Classroom*, que já era uma ferramenta de conhecimento dos alunos.

Os materiais prévios foram os artigos disponíveis no próprio site, tal que antes de cada exercício (“praticar”) tem uma vídeo aula e o artigo explicando o assunto. Na hora de praticar é possível verificar se a resposta está correta ou não, caso não esteja correta, o aluno tem duas opções: 1º pedir dicas ao site de como resolver ou 2º passar para a próxima pergunta. Podemos inferir que esta estratégia dá autonomia ao aluno no ato da construção de conhecimento.

Vale ressaltar que cada praticar conta com quatro exercícios e no final o site apresenta uma porcentagem de acertos. Ao final de todos os praticar, tem mais um praticar com o mesmo nível de dificuldade, onde as perguntas são de todos os tópicos de praticar daquele assunto. Desta feita, constatamos que o site além de oferecer a possibilidade de construção da autonomia do aluno, de ampliação de seu conhecimento, ainda possibilita que o aluno reforce os conteúdos matemáticos estudados naquele nível.

No primeiro momento da aula foi trabalhado rotação, onde a atividade sugerida foi rotação de pontos. Sendo assim, os alunos iriam assistir ao um vídeo<sup>4</sup> sobre rotação de pontos e tentar responder os exercícios presentes nesse artigo em casa e, posteriormente, em sala de aula, discutiríamos as dúvidas em relação ao assunto e trabalharíamos as outras atividades sobre rotação. A figura 9 mostra quais são os exercícios (praticar) disponíveis no site em relação a rotação.

---

<sup>4</sup> <https://pt.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-transformations/hs-geo-rotations/v/rotating-points>. Acessado em 25/03/2020

Figura 9: Exercícios (praticar) sobre rotação

The screenshot shows a web interface for 'Transformações' (Transformations) under 'Geometria do Ensino Médio' (High School Geometry). The user's score is 2.300 out of 2.300 possible points. The interface is divided into a sidebar and a main content area. The sidebar contains a 'Resumo das habilidades' (Summary of skills) section with a progress bar and a 'Teste da unidade' (Unit test) section. The main content area is titled 'Rotações' (Rotations) and is divided into 'Aprender' (Learn) and 'Praticar' (Practice) sections. The 'Praticar' section contains three exercises: 'Rotação de pontos' (Rotation of points), 'Determine rotações' (Determine rotations), and 'Rotacione formas' (Rotate shapes). Each exercise has a 'Praticar' button and a progress indicator showing 0/100 points.

Fonte: Arquivo do autor

Na parte de rotação de pontos, foi possível retomar as discussões sobre os elementos necessários para uma rotação, colocando em prática o que havia sido discutido e construído, anteriormente, com o GeoGebra. A figura 10 mostra uma das questões apresentadas na parte dos exercícios.

Figura 10: Exercício proposta em rotação de pontos

The screenshot shows a GeoGebra exercise interface for 'Rotação de pontos' (Rotation of points). The interface includes a sidebar with a list of exercises: 'Rotação de pontos', 'Determinar rotações', 'Praticar: Determine rotações', 'Rotação de formas', 'Rotação de formas', 'Praticar: Rotacione formas', and 'Revisão sobre rotações'. The main area displays a coordinate plane with points A, B, C, D, and Q. Point Q is at (-4, 0). The exercise asks: 'Qual ponto é a imagem de Q?' (Which point is the image of Q?). The options are A, B, C, and D. The interface also includes a bottom bar with a progress indicator showing 'Resolva todos os 4 problemas' (Solve all 4 problems) and a 'Verificar' (Check) button.

Fonte: Arquivo do autor

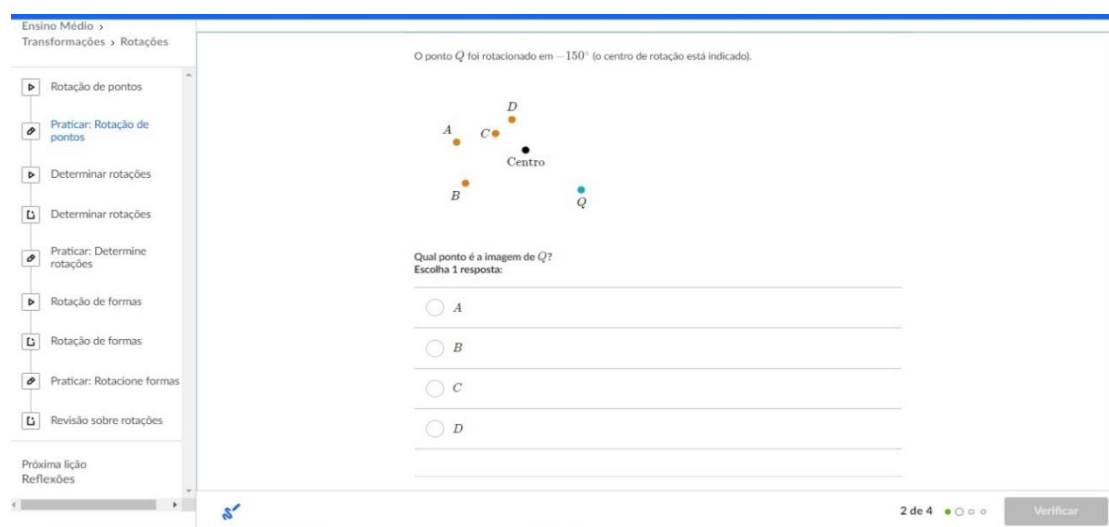
Vale a pena destacar que quando o professor vai passar a atividade, ele pode escolher se as perguntas que irão aparecer para os alunos sejam idênticas ou não para cada um. Sendo assim, escolhemos que as perguntas fossem diferentes, pois assim, poderíamos pedir para eles tirarem *prints* das perguntas que sentiram dificuldades ou que erraram, para assim podermos discutir sobre as mesmas em sala de aula.

Esses *prints* poderiam ser anexados no *Google Classroom*, uma vez que foi criado uma atividade avisando sobre a mesma no site e que eles poderiam anexar os *prints* das perguntas que tiveram dificuldades. Desta forma, constatamos que os alunos além de se sentirem desafiados e motivados a fazer as atividades, o fato de eles poderem trazer suas dúvidas e dificuldades na aula para serem discutidas fazia com que os mesmos se sentissem à vontade, sem medo de dizer suas dificuldades, facilitando a mediação do docente na construção dos conhecimentos dos alunos.

A fim de saber as dificuldades dos alunos, começamos falando um pouco sobre o vídeo de rotação de pontos, para assim, saber quem acessou o material ou não e suas dificuldades e facilidades. É importante saber se todos acessaram o material para traçar as estratégias corretas na condução da aula.

Identificamos que todos haviam acessado o material. Assim, colocamos um exercício do site para discutirmos sobre o conteúdo. Com isso, poderíamos revisar o assunto e nesse mesmo momento identificar alguma dificuldade por parte dos alunos e ver como eles estavam em relação a transformação geométrica. A figura 11 apresenta o exercício que foi projetado no Datashow da sala.

Figura 11: Exercício sobre rotação de pontos



Fonte: Arquivo do autor

A discussão estimulada em sala foi com relação ao que seria necessário para realizar a rotação, nesse momento alguns alunos apontaram que se tinha todos os elementos o que faltava era apenas fazer a rotação. Sendo assim, identificamos que a maioria dos alunos estava familiarizada com os elementos necessários para se fazer as rotações que foram discutidas e construídas nas aulas anteriores com o auxílio do GeoGebra. Constata-se que por fazerem as transformações na prática, os elementos essenciais sobre o assunto foram aprendidos pelos alunos, sendo assim, possível afirmar que a plataforma digital teve uma influência direta na construção do desempenho desses alunos.

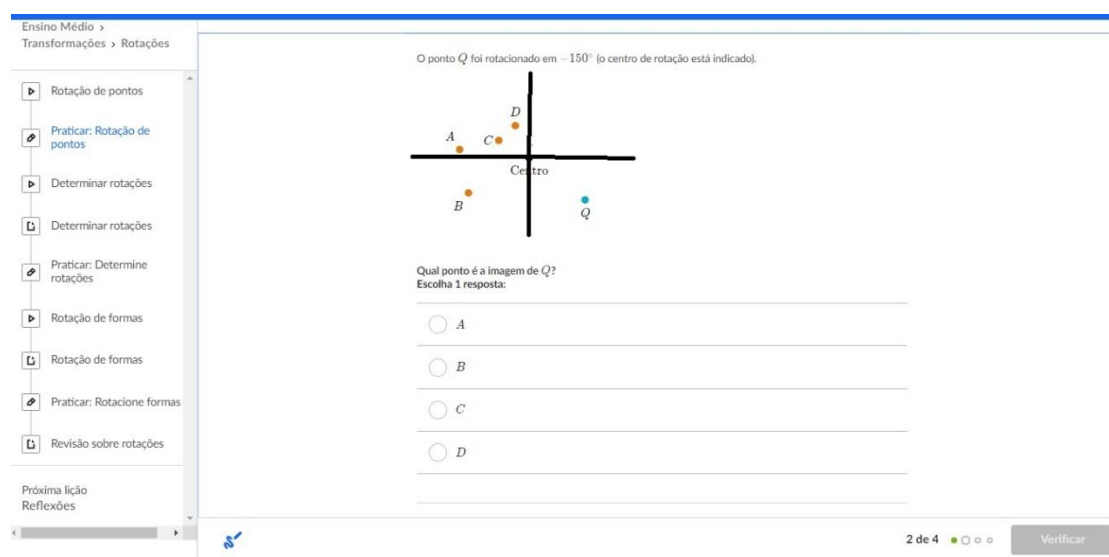
Todavia, um dos alunos apontou que mesmo tendo todos os elementos para fazer a transformação, ainda sim, faltava o principal, que era o plano cartesiano, pois o aluno apontou que sem o plano cartesiano ficaria quase impossível de saber onde o ponto iria ficar. É possível constatar que o uso do GeoGebra mostrou que quando estamos falando de transformações geométricas, o plano cartesiano serve como base para orientar onde o objeto irá ficar após a rotação, sendo assim, o plano cartesiano nos dá a ideia de localização no espaço.

Diante dessa situação, mediamos a atividade, propondo uma reflexão aos alunos: o que podemos fazer para construir um plano cartesiano de modo que venha a nos ajudar a construir a rotação? Os alunos, em duplas e trios, conversaram e refletiram sobre a problemática levantada, de tal modo que pudessem apresentar alguma resposta para análise do grande grupo.

Identificamos que algumas duplas e trios concluíram que o melhor a se fazer era fazer um plano cartesiano com o ponto  $(0,0)$  em cima do centro de rotação, pois assim iria cair em alguns exemplos analisados anteriormente por eles. Nessa situação, é fato que a associação de construir o plano cartesiano, da forma apontada por alguns alunos, constata o uso das experiências adquiridas em discussões e em construções feitas em sala de aula, em resoluções de situações problemas. Sendo assim, esses exercícios propostos pelo site atuam como revisões dos assuntos estudados anteriormente, ou seja, podemos constatar que o uso, tanto do APP quanto do site Khan Academy auxiliaram no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

Uma aluna solicitou construir o plano cartesiano, então ela foi fazer no quadro a partir do exercício proposto pelo site. Na figura 12 está a representação após construirmos os eixos feitos pela aluna.

Figura 12: Construção feita a partir do exercício do site do Khan Academy



Fonte: Arquivo do autor

Após a construção alguns alunos perguntaram: “E agora professor? Não temos um transferidor para marcar o ângulo de  $-150^\circ$  e mesmo que tivéssemos, nem sempre teremos um para fazer essa marcação”.

Vale destacar que é de suma importância o professor preparar a aula antecipadamente, ou seja, fazer o planejamento da aula, principalmente quando se trata da metodologia da Sala de Aula Invertida, como sugere Valente (2018, p. 32):

Sobre o planejamento das atividades presenciais em sala de aula, o mais importante é o professor explicitar os objetivos a serem atingidos com a sua disciplina e propor atividades que sejam coerentes e que auxiliem os alunos no processo de construção do conhecimento.

Ou seja, planejar uma aula na metodologia da Sala de Aula Invertida, requer do professor maior atenção e cuidado, uma vez que os alunos terão acesso ao conteúdo antes mesmo de o professor o apresentar em aula. Daí, o docente necessita dominar, tanto a metodologia quanto o conteúdo e os recursos a serem utilizados. No caso desta pesquisa, verificamos que o conhecimento e domínio tanto do APP GeoGebra quanto do site Khan Academy foram imprescindíveis para que o professor pudesse planejar aulas em que levassem o aluno ao estudo das transformações geométricas.

Na sequência da aula, perguntamos à turma: Onde o ponto  $Q$  ficaria se fosse rotacionado  $-180^\circ$ ? Em seguida pedimos para a mesma aluna que fez o construção anterior traçar uma reta que saísse do ponto  $Q$  e passasse por onde seria o lugar onde o

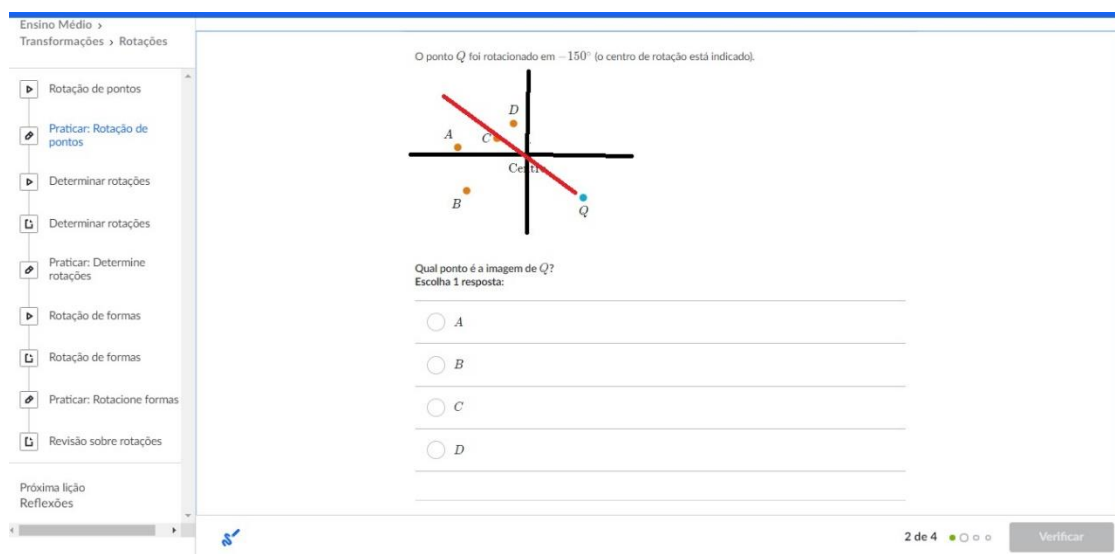


ponto iria ficar. Essa pergunta foi com o intuito de estimular na turma o uso de conhecimentos já construídos como base para levantar novas hipóteses.

A turma sabia fazer uma rotação de  $-180^\circ$ , pois eles estavam cientes que o sinal negativo representava uma rotação no sentido horário, sabendo disso eles seriam capazes de eliminar por aproximação o ponto  $B$  e o ponto  $C$ , o primeiro porque seria uma rotação aproximadamente de  $-90^\circ$  e o segundo seria uma rotação muito próxima de  $-180^\circ$ . Sendo assim, essa simples pergunta na verdade requer uma análise do que está diante deles e, para essa análise, é necessário trazer à tona os conhecimentos das aulas anteriores.

A figura 13 mostra como ficou o exercício do praticar a partir do site após a construção de uma reta e, com essa representação, foi possível identificar em qual quadrante o ponto  $Q$  vai ficar, ou seja, essa construção a partir do site proporcionou uma análise mais eficaz sobre o praticar a primeira construção foi feita com o intuito de dar uma noção de sentido, com a junção dessa nova construção foi possível identificar a localização exata do ponto  $Q$  caso sofresse uma rotação de  $-180^\circ$ .

Figura 13: Construção da aluna a partir do praticar proposto pelo site Khan Academy



Fonte: Arquivo do autor

Nesse momento foi dado 10 minutos à turma para analisar o exercício, escolher um ponto e explicar/mostrar o porquê da escolha do mesmo. Nesse momento os alunos voltaram às duplas e trios formados anteriormente para discutirem sobre o que foi pedido. Após alguns minutos os grupos chegaram a algumas conclusões, vejamos uma:

*“O ponto que representa a rotação é o ponto A. Como a rotação é no sentido horário, não poderia ser o ponto D porque a rotação dele é meio do que  $180^\circ$ . O ponto C está muito próximo, o que nos resta é o ponto A”.*

Diante disso, é fato que a turma usou de aproximações e eliminações. Ainda, identificamos que o estímulo para trabalhar com o que os alunos já dominam, tanto em questão de conhecimento quanto em relação às ferramentas digitais são de extrema importância para o desenvolvimento de argumentação lógica. A turma conseguiu analisar a situação a partir da identificação do sentido da rotação, da construção do plano cartesiano e usando a hipótese da rotação ser de  $-180^\circ$  e, com isso, construir uma raciocínio dedutivo em relação os demais pontos.

A segunda atividade proposta pelo site foi a de determinar rotações, que seguiu praticamente o mesmo raciocínio de rotação de um ponto. Porém, agora o desafio era determinar o sentido e o ângulo da rotação em torno do centro. Na figura 14 está representada uma das perguntas presente nessa parte de praticar.

Figura 14: Determinar rotações a partir do site Khan Academy

Fonte: Arquivo do autor

Nessa parte os alunos já estavam familiarizados com questões desse tipo, sendo assim, traçaram os eixos em cima do centro de rotação pois, já estavam cientes que o plano cartesiano iria ajudar na localização da figura após sofrer a transformação, sendo assim, o desafio estava em os alunos analisarem a figura utilizando os conhecimentos prévios, estratégias e ideias trabalhadas nas situações anteriores em relação à rotação de

pontos. A figura 15 representa as construções feitas no quadro por um aluno que se dispôs a resolver a situação problema a partir de um praticar sobre rotações proposto pelo site Khan Academy.

Figura 15: Construção do aluno, a partir do praticar de determinar rotações proposto pelo site Khan Academy

Fonte: Arquivo do autor

Primeiro ele fez os eixos e depois acrescentou: “Se o sentido da rotação fosse horária, o ângulo de rotação seria mais de  $180^\circ$  e como nas alternativas não há essa opção, então, o sentido da rotação é anti-horária”. Assim, podemos destacar que ligando o ponto A ao centro de rotação, podemos ver que o ponto A' está em cima do eixo y, então a abertura do ângulo é de  $45^\circ$ .

É indiscutível que o aluno utilizou a ideia já utilizada nas situações de rotação de pontos como experiência na resolução de uma nova situação problema. Vale a pena informar que essa situação problema não foi trabalhada no mesmo dia em que foi trabalhado rotação de pontos. Assim, podemos apontar que o aluno usou as situações anteriores como modelo para a resolução do problema atual, assim como o domínio do site Khan Academy e de como o mesmo propõe as situações também foram cruciais para que o aluno refletisse sobre possíveis respostas para o problema apresentado.

No decorrer das outras aulas, diversas situações foram propostas para os alunos responderem em grupos através dos exercícios propostos no site Khan Academy. Cada grupo tinha de três a quatro pessoas, cada pessoa estava de posse do seu smartphone

conectado à internet e com o site aberto. Sendo assim, cada pessoa tinha um exercício diferente para fazer, uma vez que a plataforma dava essa opção, como citado anteriormente, logo, a variedade de discussão entre os grupos era maior.

Vejamos que o acesso à tecnologia no momento da aula é de fundamental relevância para que esta ação tivesse sucesso. Desta feita, cabe uma reflexão: o professor em uma escola pública teria condições de aplicar uma aula dessa forma, ou seja, usando as tecnologias na própria sala de aula, proporcionando um ensino mais atraente e dinâmico para seus alunos? Quando aulas interativas como essas chegarão à rede pública de ensino? Não teríamos aulas de Matemática muito mais incentivadoras e dinâmicas, promovendo maior interesse e aprendizado dos alunos?

Para finalizar a parte de rotação foi trabalhada a rotação de figuras (ou formas) geométricas, que na verdade é uma junção dos conhecimentos construídos nas outras duas seções de exercícios proposto pelo site Khan Academy. Nessa perspectiva, os alunos deviam usar os conhecimentos e experiências desenvolvidas nos exercícios anteriores para resolverem esses novos exercícios.

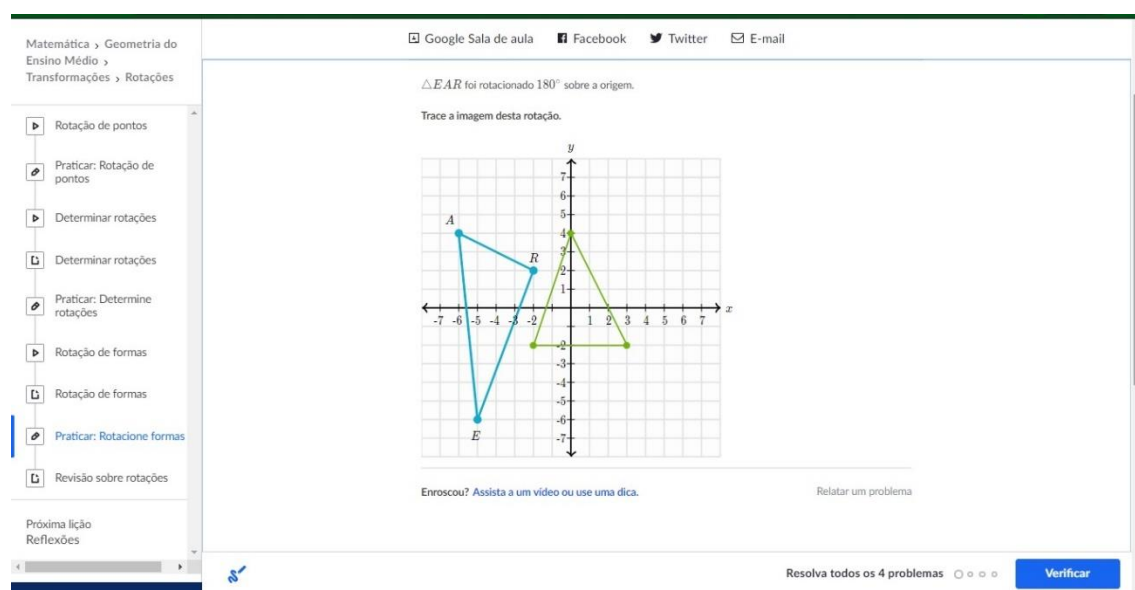
Na metodologia da SAI os alunos tiveram acesso prévio ao artigo, explicando sobre rotação de formas, que está disponível no próprio site<sup>5</sup>. Sendo assim, solicitamos que os alunos formassem trios no início da aula e tentassem resolver as questões propostas no site Khan Academy, através de seus smartphones e quando surgisse algum exercício que eles não conseguissem resolver ou tivessem dúvidas poderiam tirar um print e mandar via bluetooth que eu colocaria no Datashow para podermos debater sobre o exercício. Novamente destacamos o uso das tecnologias como de extrema importância, pois foi possível trabalhar várias questões.

Um dos grupos apontou que não estava conseguindo resolver uns dos exercícios proposto pelo site do Khan Academy, pois estavam tendo dificuldades com relação à posição da figura geométrica, sendo assim, seguiram as orientações de envio, e coloquei o exercício no Datashow para que pudéssemos analisá-lo, figura 16.

---

<sup>5</sup> <https://pt.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-transformations/hs-geo-rotations/a/rotating-shapes> acessado 25/03/2020

Figura 16: Praticar sobre rotação de formas



Fonte: Arquivo do autor

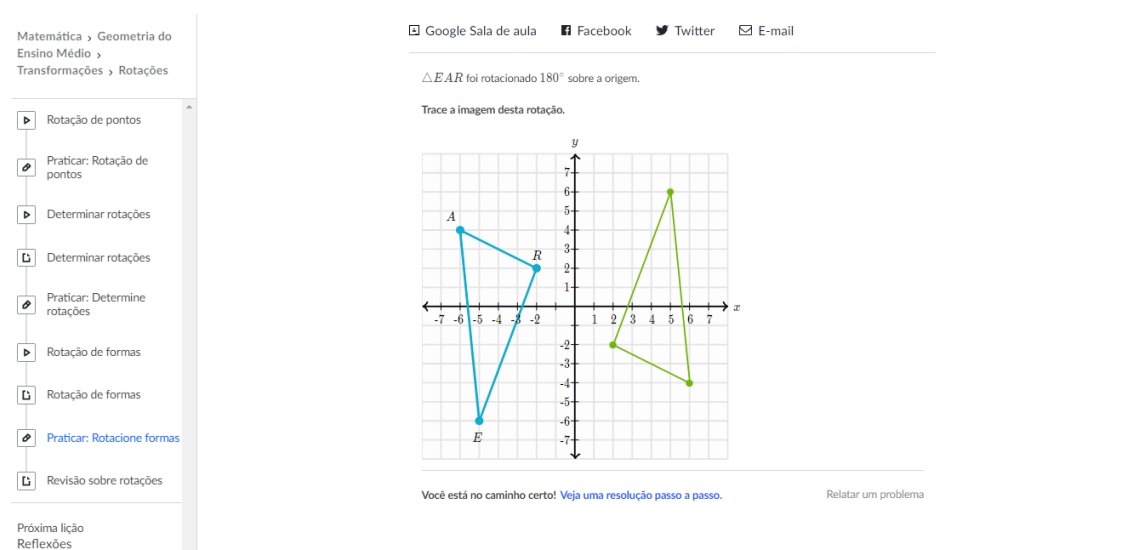
Nesse exercício proposto pelo site do Khan Academy, o aluno precisava mover os vértices do triângulo verde, de tal forma que ele representasse o triângulo azul após sofrer a transformação. Apesar de ter todas as informações necessárias para se fazer a rotação, a grande dificuldade de alguns alunos foi em colocar os vértices nas posições corretas após a transformação, então a estratégia mais “básica” seria utilizar a rotação dos vértices que seria a mesma coisa de rotação de pontos.

Após colocar o exercício no Datashow, os alunos analisaram com mais calma, e os orientei a analisarem com mais calma e fazendo uma ligação do praticar os com os conhecimentos já estudados.

Os alunos identificaram os elementos presentes no exercício, conseguiram fazer a ligação com os assuntos estudados anteriormente, de tal forma que conseguiram resolver o problema, sendo assim, o exercício proposto pelo site, além de possibilitar uma aplicação dos conhecimentos estudados anteriormente, também proporcionou uma formação de estratégias de resoluções de problemas.

Os alunos conseguiram elaborar uma estratégia para resolverem o que foi proposto pelo exercício. O grupo conseguiu perceber que para fazer uma rotação de formas, uma vez conhecendo os elementos necessários para se fazer uma rotação, bastava apenas fazer a rotação dos vértices da forma em questão, que nesse caso era uma figura geométrica, mais especificamente um triângulo. A resposta do grupo está representada na figura 17.

Figura 17: Resposta do grupo ao praticar proposto pelo site Khan Academy



Fonte: Arquivo do autor

Assim, identificamos que ao estudarem rotação de formas os alunos não apresentaram dificuldades, isso porque os assuntos trabalhados anteriormente deram suporte para os novos conhecimentos, tal que foi construído por partes: primeiro foi a rotação de pontos, depois determinar rotações e por último rotação de formas. A sequência, planejamento e os estudos por parte dos alunos foram de suma importância, levando em consideração a metodologia da Sala de Aula Invertida e o uso das tecnologias, principalmente o site Khan Academy e suas propostas de atividades.

Depois de trabalhar a rotação, foi trabalhado reflexão que segue a mesma construção de rotação. Primeiro é trabalhado reflexão de pontos, depois determinar reflexão e reflexão de figuras. A única diferença é que nessa seção tem o determinar reflexão avançado. Para tanto, lançamos mão da mesma metodologia da Sala de Aula Invertida e o uso do site Khan Academy.

Com relação aos exercícios (praticar) na parte de reflexão de pontos, destacamos um exercício que trouxe novamente o uso do plano cartesiano como base de orientação e localização na hora de fazer uma transformação figura 18.

Figura 18: Exercício sobre reflexão de pontos no site Khan Academy

The screenshot shows the Khan Academy interface for the exercise 'Reflexão de pontos'. The sidebar on the left lists the following exercises: 'Reflexão de pontos', 'Praticar: Reflexão de pontos', 'Determinação de reflexões', 'Praticar: Determine reflexões', 'Determinar reflexões (avançado)', 'Praticar: Determinar reflexões (avançado)', 'Reflexão de formas', 'Reflexão de formas', and 'Praticar: Reflita formas'. The main content area displays the title 'Reflexão de pontos' and the BNCC code 'BNCC Matemática: EF07MA21, EF08MA18'. Below the title, there are social media links for Google Sala de aula, Facebook, Twitter, and E-mail. The problem text states: 'O ponto  $Q'$  é a imagem de  $Q(3, -4)$  após uma reflexão no eixo  $x$ . Quais são as coordenadas de  $Q'$ ?'. There is a text input field for the answer, followed by a hint button 'Enroscou? Assista a um vídeo ou use uma dica.' and a 'Relatar um problema' button. At the bottom, there is a progress bar showing 'Resolva todos os 4 problemas' and a 'Verificar' button.

Fonte: Arquivo do autor

A discussão ficou por conta de que para resolver essa questão era necessário desenhar um plano cartesiano para servir de apoio, porém, umas das questões levantadas foi: “sempre que tivemos uma questão semelhante será preciso desenhar o plano cartesiano? Não existe de uma outra forma de responder?”

Antes de responder essa pergunta solicitamos a um aluno para ir responder o exercício diretamente no site tal que foi possível fazer a verificação do acerto ou não na hora. Vale ressaltar que, em nenhum momento interferimos nas respostas dos alunos e nem permitia que a sala o fizesse. Após a marcação da resposta, o aluno necessitaria explicar a sua escolha, apontando e defendendo seus argumentos geométricos. Mais uma vez o exercício do site permitiu acessar conhecimentos já estudados, e além de resolução de problemas possibilitou o levantamento de argumentos geométricos na resolução de problemas sobre reflexão, o que possibilitou uma nova análise e verificação de hipóteses, que também resulta em estratégias de resoluções de problemas propostos pelo site.

Sendo assim, para responder esse exercício o aluno precisava desenhar o plano cartesiano e marcar o ponto  $Q'$ . O aluno solicitado fez isso e marcou a sua resposta, que está representada na figura 19.

Figura 19: Resposta do aluno a partir da atividade proposta pelo site Khan Academy

The screenshot shows the Khan Academy interface. On the left, a sidebar lists navigation options: Matemática > Geometria do Ensino Médio > Transformações > Reflexões. The main content area is titled 'Reflexão de pontos' (Point Reflection) and includes the BNCC reference: BNCC Matemática: EF07MA21, EF08MA18. Below the title, there are social media links for Google Sala de aula, Facebook, Twitter, and E-mail. The problem text states: 'O ponto  $Q'$  é a imagem de  $Q(3, -4)$  após uma reflexão no eixo  $x$ . Quais são as coordenadas de  $Q'$ ?' (The point  $Q'$  is the image of  $Q(3, -4)$  after a reflection in the  $x$ -axis. What are the coordinates of  $Q'$ ?). Below the text, there are input fields for the coordinates, with '3' entered in the first field and '4' in the second. At the bottom right, there is a progress indicator showing 'Resolva todos os 4 problemas' (Solve all 4 problems) and a 'Próxima pergunta' (Next question) button.

Fonte: Arquivo do autor

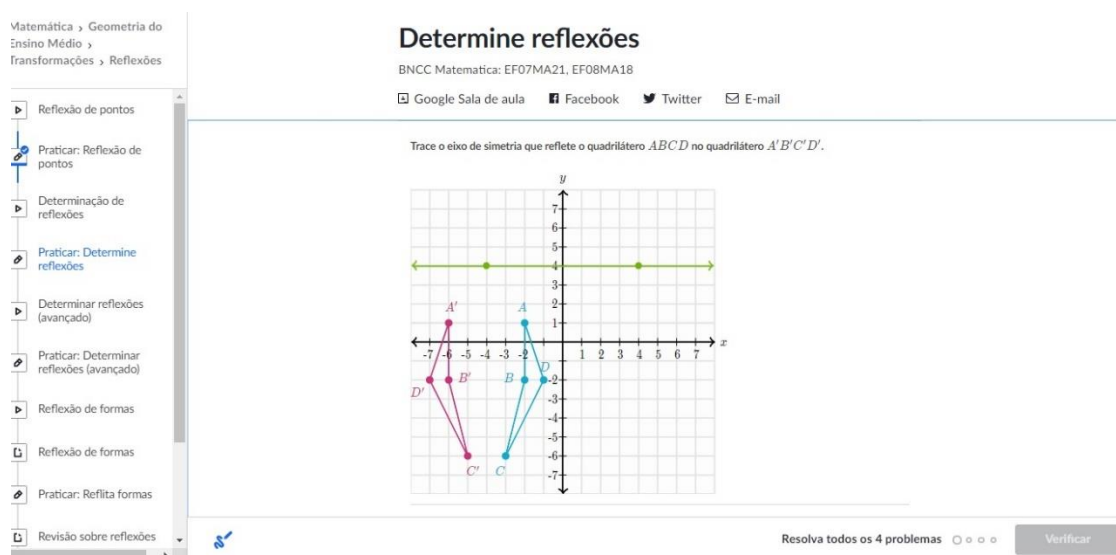
Após isso, utilizamos o *GeoGebra* para melhor exemplificar a atividade. Como exemplo, marcamos um ponto, pedimos para eles observarem as coordenadas desse ponto e em seguida fizemos uma reflexão em relação ao eixo  $x$  e outra em relação ao eixo  $y$ . O objetivo era que eles percebessem que dependendo da reta escolhida (eixo) o que mudava era apenas o sinal de uma das coordenadas depois de fazer essas reflexões pedimos que eles fizessem em seus smartphones e observassem as coordenadas e discutissem com seus colegas se existia algum tipo de padrão.

Depois de algumas marcações os alunos comentaram que se a reflexão fosse feita em relação ao eixo  $x$ , o sinal da ordenada desse ponto mudaria. Se a reflexão fosse em relação ao eixo  $y$ , o sinal da abscissa desse ponto é quem mudaria. Sendo assim, identificamos que o site foi utilizado como uma forma de levantamento e comprovação de hipóteses que poderiam ser verificadas a partir do uso do APP *GeoGebra*.

Já em relação a determinar a reflexão, seguiu-se o mesmo raciocínio em relação a determinar rotação. Porém, agora o desafio seria descobrir onde colocar a reta de reflexão e, além disso, precisaria saber se ela estaria na horizontal ou na vertical. A figura 20 mostra o exercício em relação a determinar reflexão:



Figura 20: Exercício de determinar reflexão a partir do site Khan Academy



Fonte: Arquivo do autor

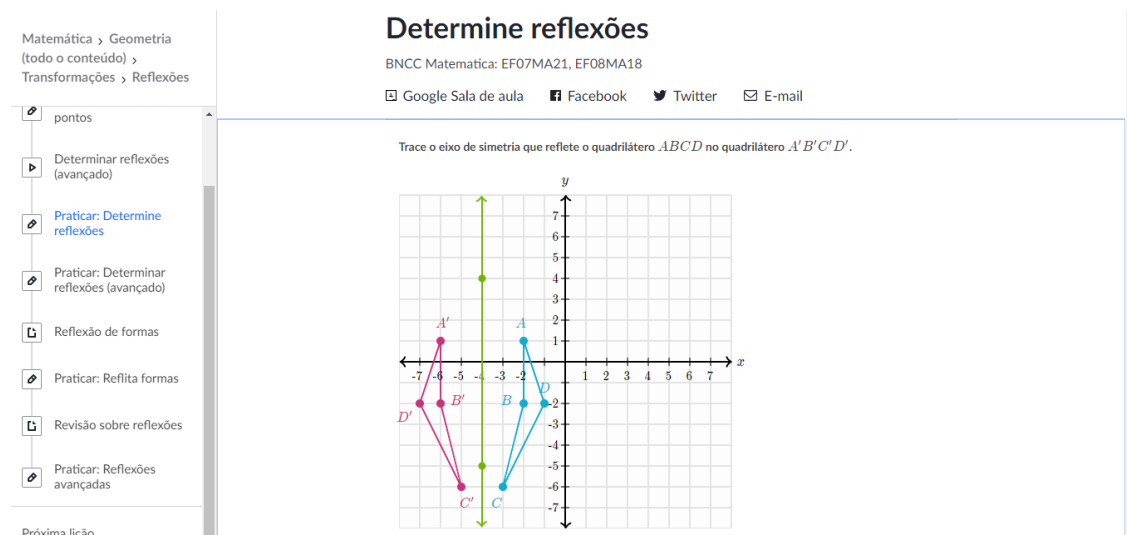
Com relação a esse exercício os alunos passaram algum tempo analisando as figuras a fim de formular/descobrir algum tipo de padrão que poderia ser usado como base para outros tipos de questões semelhantes a esta. Essa proposta de analisar a questão foi colocada com o intuito de incentivar os alunos a identificarem padrões dentro de problemas que podem ser usados em outras questões que necessite de uma estratégia semelhante em sua resolução.

A sala foi dividida em duplas e trios, vale ressaltar que essas duplas e trios eram escolhidas por mim, pois assim, havia uma dinâmica na construção de conhecimento. Depois de alguns minutos de discussões acerca do exercício proposto, alguns grupos apontaram que a reta verde deveria ficar em uma posição que estivesse no meio dos dois pontos. Identificamos que eles perceberam que a reta verde precisava ficar no ponto médio dos vértices.

Sendo assim, a reflexão é garantida, pois os pontos correspondentes ficam equidistantes da reta de reflexão, isso foi algo muito positivo, pois eles conseguiram compreender que em uma reflexão os pontos correspondentes ficam equidistantes em relação a reta de reflexão, o domínio do site foi de extrema importância, pois os alunos já sabiam mover e usar a reta verde, que é a reta de reflexão, possibilitando assim levantar e comprovar suas hipóteses, por outro lado, essa conclusão foi essencial para a resolução dos demais exercícios de determine reflexões.

Depois disso, o grupo colocou a reta no ponto médio dos pontos A e A'. Na figura 21 mostra onde o grupo colocou a reta verde.

Figura 21: Resposta do grupo mostrada no site Khan Academy



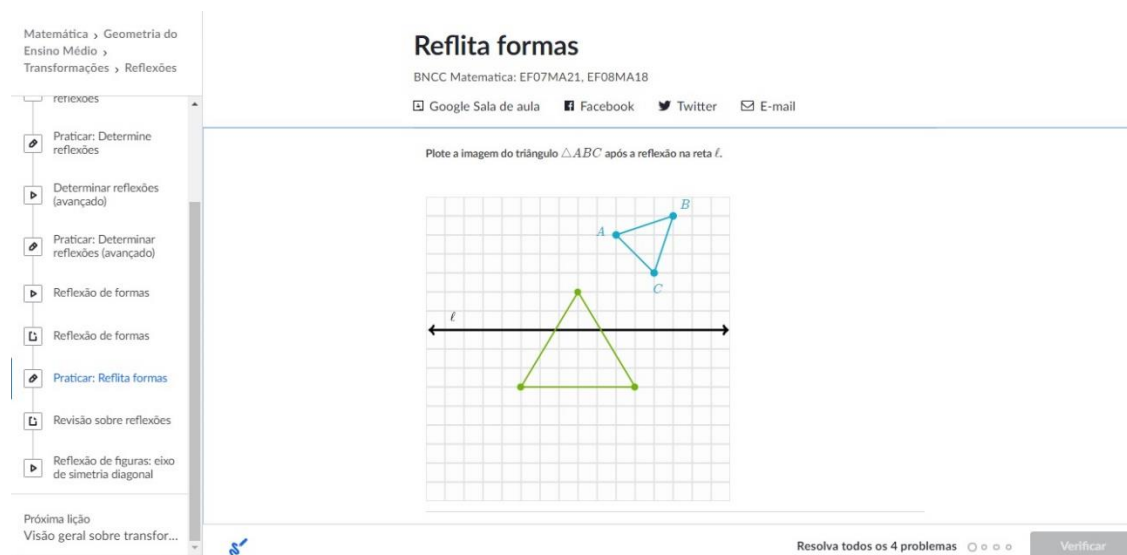
Fonte: Arquivo do autor

Esse padrão foi verificado nas situações problemas propostos pelo site. Sendo assim, os grupos resolveram as situações problemas, tanto da parte de determinar reflexões quanto em determinar reflexões avançadas. Os alunos não tiveram dificuldades em verificar o padrão descoberto por eles, uma vez que o manuseio do site é muito intuitivo.

Para finalizar a parte de reflexão, foi trabalhada a reflexão de formas, que como em rotação de formas, uniu as estratégias utilizadas nos exercícios anteriores para poderem resolver os novos exercícios. Mais uma vez os alunos não apresentaram dificuldades nessas situações, uma vez que os conteúdos foram abordados passo a passo e, além disso, foram identificados alguns padrões de estratégias na resolução de algumas situações problemas. Esses padrões os próprios alunos descobriram por meio da análise e reflexão no momento da resolução das situações problemas, comprovando assim, seu protagonismo no processo e o quanto o uso do site Khan Academy como proposta de ensino da Matemática pode estimular o desenvolvimento dos alunos.

A fim de mostrar um dos exercícios apresentados nessa parte, queremos destacar um exercício que a estratégia utilizada tem ligação direta com a que foi usada na situação de determinar reflexão apresentada anteriormente. Vejamos o exercício representado na figura 22.

Figura 22: Exercício sobre reflexão de formas no site Khan Academy



Fonte: Arquivo do autor

Assim como em rotação de formas, os alunos deveriam mover os vértices do triângulo verde de tal modo que representasse o triângulo azul após a transformação geométrica em relação a reta  $l$ .

Um dos grupos que se voluntariou a responder esse exercício no quadro apontou que para fazer essa reflexão seria necessário associar cada vértice do triângulo verde a um vértice do triângulo azul, para assim poderem colocá-los em uma mesma distância da reta de reflexão.

Nesse momento é possível identificar que esses alunos utilizaram os conhecimentos construídos nas situações anteriores, e ainda, utilizaram de maneira indireta o raciocínio da situação problema apresentada anteriormente, uma vez que a reta de reflexão precisa ficar no ponto médio dos vértices. A resposta dos alunos está na figura 23.

Figura 23: Resposta dos alunos no site Khan Academy

The screenshot displays the Khan Academy interface for a geometry lesson. On the left, a sidebar lists various topics under 'Matemática > Geometria do Ensino Médio > Transformações > Reflexões'. The main content area is titled 'Reflita formas' (Reflect shapes) and includes the BNCC codes EF07MA21 and EF08MA18. It features social media links for Google Sala de aula, Facebook, Twitter, and E-mail. The exercise prompt asks the user to 'Plot the image of triangle  $\triangle ABC$  after reflection across line  $\ell$ '. The diagram shows a coordinate grid with a horizontal line  $\ell$ . Above the line is a blue triangle  $\triangle ABC$  with vertices labeled A, B, and C. Below the line is a green triangle, which is the reflection of  $\triangle ABC$  across line  $\ell$ . At the bottom of the page, there are links for 'Próxima lição' (Next lesson), 'Você está no caminho certo! Veja uma resolução passo a passo' (You're on the right path! See a step-by-step solution), and 'Relatar um problema' (Report a problem).

Fonte: Arquivo do autor

Nessa reflexão os alunos dispuseram da oportunidade de aplicarem as experiências anteriores em situações problemas, além de desenvolverem estratégias de resoluções, descobertas e verificações de padrões.

Desta feita, o uso do site Khan Academy nas resoluções de problemas sobre transformações geométricas, especificamente sobre a rotação e a reflexão no plano cartesiano, foi de extrema importância. Mas, também, destacamos que o uso do site deu aos alunos maior autonomia e incentivo na construção de seus conhecimentos matemáticos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pensar e executar esta pesquisa contribuiu diretamente para a nossa formação docente, uma vez que, através da mesma conseguimos compreender como se deram as dificuldades com relação a geometria, tanto no aprendizado quanto no ensino ao longo dos anos. Entretanto, compreendemos que estamos em uma constante luta na tentativa de reverter as consequências vindas desde a época em que o ensino de geometria começou a ser negligenciado, como vimos em capítulos anteriores.

Diante disso, este trabalho surge como forma de contribuir para as discussões sobre o tema, mas vale ressaltar que essa luta não cabe apenas aos pesquisadores da área, ou aos professores que já atuam, ou ainda aos novos professores, mas a todos que são envolvidos com a educação matemática.

Também identificamos, por meio desta pesquisa que um dos aliados deste combate pode ser as tecnologias digitais de comunicação e informação, as quais possibilitaram uma experiência diferenciada sobre o ensino de geometria, de modo específico o APP GeoGebra e o site Khan Academy.

Com relação ao tema da pesquisa, transformações geométricas, verificamos que não existiam muitos estudos anteriores, muito menos relacionados com uso de ferramentas digitais, o que nos motivou ainda mais a pesquisar sobre o assunto.

Em relação aos livros didáticos, constatamos que o assunto sobre transformações geométricas não é muito explorado e quando o é, se mostra de forma superficial, mas nunca de forma interativa como foi a proposta das aulas descritas por esta pesquisa. Na escola pesquisada, por exemplo, não constava nada sobre esse assunto no livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental. A inserção de tal assunto se deu como complemento ao currículo escolar proposto pela direção da escola.

Em relação a isso, chegamos à conclusão de que temos um grande desafio para se trabalhar as transformações geométricas, mais especificamente, translação, rotação e reflexão, ou seja, temos o desafio de trabalhar com assuntos que envolvam movimentação de figuras geométricas no plano cartesiano.

Trabalhando esses assuntos com os alunos, identificamos que ao utilizar o APP GeoGebra a compreensão dos assuntos ficou muito mais fácil, pois o APP permite uma dinâmica maior entre o aluno e os objetos de aprendizagem da geometria. Afinal, o APP proporcionou maior dinâmica a aula e provocou os alunos na construção de autonomia em busca do conhecimento. Os alunos se mostraram motivados e instigados a interagirem

nas aulas, inclusive solicitando ao professor que os deixassem usar o APP para demonstrar suas hipóteses de resolução dos problemas.

Vale destacar que o uso da metodologia utilizada pela escola, a Sala de Aula Invertida, foi de extrema importância para que o uso das tecnologias fosse bem aproveitado, visto que possibilitou aos alunos terem contato prévio com os assuntos que seriam estudados em sala, principalmente por meio de vídeo aulas.

Todavia, destaco que esta metodologia deve ser muito bem mediada pelo docente com a disponibilização de materiais que provoquem, instiguem e desafiem os alunos na busca do conhecimento, caso contrário será fadada ao fracasso. O maior desafio desta metodologia para os docentes deve ser a de deslocar o papel de centralidade do docente (principalmente quando se trata do ensino tradicional) e compreender que o processo de aprendizagem dos alunos é o que se destaca. O professor, assim, torna-se mediador entre o aluno e o conhecimento.

Sobre os estudantes, identificamos que os alunos que já eram da escola desde o 6º ano do Ensino Fundamental não tiveram dificuldades com a metodologia da Sala de Aula Invertida e nem com o uso do APP GeoGebra, visto que tinham conhecimento e autonomia para lidar com os mesmos. Já os alunos novos na escola apresentaram, inicialmente, dificuldades tanto com a metodologia, quanto com o APP GeoGebra e o uso do site Khan Academy, pois não conheciam essas ferramentas. Porém, o contato com a metodologia e com as ferramentas digitais utilizadas despertaram maior interesse nos alunos, levando-os a se destacarem nos estudos e na superação de suas dificuldades.

Com relação as dificuldades em relação a geometria, especificamente sobre transformações geométricas, elas foram mais presentes no momento de apresentação dos assuntos (fase inicial de contato com o conteúdo), principalmente com relação a rotação, uma vez que a maioria dos alunos não tinha experiências com esse assunto. Assim, o uso do APP GeoGebra foi de suma importância, pois como se tratava de um assunto que envolvia movimentação, seria bastante complicado trabalha-lo com caneta e papel apenas, já com o uso do APP a aula e demonstração ficaram muito mais interessantes e interativas.

Quanto ao site Khan Academy, podemos afirmar que foi parte fundamental na proposta das situações problemas sobre as transformações geométricas, especificamente sobre a rotação e reflexão. Auxiliou no trabalho docente, uma vez que proporcionou as situações problemas que provocaram a investigação dos alunos e maior dinâmica nas aulas de geometria. O site é de fácil manuseio, o que facilita a exploração dos alunos para

além dos conteúdos apresentados. Além de apresentar atividades (praticar), ele foi usado também como forma de os alunos estudarem a parte teórica dos assuntos por meio de artigos que são disponibilizados no próprio site.

Em suma, identificamos que, embora a geometria seja vista pelos alunos como algo difícil e complexo e que venha sendo negligenciado seu ensino ao longo da história e nos livros didáticos, ao nos apropriarmos do uso das tecnologias, no caso desta pesquisa, podemos transformar esta realidade de forma positiva.

A presente pesquisa mostrou que trabalhar o conteúdo de transformações geométricas utilizando o APP GeoGebra e o site Khan Academy trouxe resultados positivos ao desempenho dos alunos, por meio do levantamento e comprovação de hipóteses, construção da autonomia na busca de conhecimentos e coletividade.

Deixo como reflexão, para possíveis outras pesquisas, algumas indagações: como seria o uso do APP GeoGebra em outros conteúdos da área de geometria? As propostas do site Khan Academy poderiam auxiliar outras áreas da Matemática? Como desenvolver a metodologia da Sala de Aula Invertida em aulas de Matemática em escolas da rede pública de ensino?

## REFERÊNCIAS

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. Fundamentos de Metodologia Científica. São Paulo: Atlas, 1991.

LORENZATO, Sergio. **Porque não ensinar Geometria?** *In: A Educação Matemática em Revista*. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p. 3-13.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências?** *In: Zetetike*. Campinas, v. 1, n. 1, mar. 1993, p. 7-17.

REZENDE, Dayselane Pimenta Lopes. **Ensino e aprendizagem de geometria no 8º ano do Ensino Fundamental: uma proposta para o estudo de polígonos**. 2017. 155 f. (Dissertação) Mestrado profissional em matemática. Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

ROCHA, Júlio Max Xavier da. **Tópicos de geometria analítica plana no software geogebra sob o modelo de sala de aula invertida**. Vitória da Conquista - BA, 2019. 88 f. (Dissertação) Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - BA, 2019.

SANTOS, Neylane Lobato dos. **Sala de aula invertida: um experimento no ensino de Matemática**. Santarém, 2019. 106 f. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará. Santarém, 2019.

VALENTE, José Armando. **A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia**. *In: BACICH, Lilian. MORAN, José. (Org.). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018.